应用概率统计 第二十四卷
第四期 2008年8月

Chinese Journal of Applied Probability
and Statistics Vol.24 No.4 Aug. 2008

混合模型中方差分量估计的容许性及非负估计 *

范永辉[1,2] 王松桂[2]

([1]河北师范大学数信学院, 石家庄, 050016; [2]北京工业大学应用数理学院, 北京, 100022)

摘 要

对含有两个方差分量的线性混合模型, 本文构造了方差分量的一个线性估计类, 它包含许多常见的方差分量估计. 在这个类中我们建立了容许性的必要条件, 据此得到了两个新的改进估计. 最后我们讨论了方差分量的非负估计, 得到了优于方差分析估计和Tatsuya估计的正估计.

关键词: 线性混合模型, 方差分量, 非负估计, ANOVA估计.

学科分类号: O212.1.

§1. 引 言

含有两个方差分量的线性混合模型包括单向分类随机效应模型、两向分类无交互效应的混合模型以及panel模型中的单向误差分类回归模型等, 它广泛地应用于生物、经济、医药等领域的数据分析中, 比如含一个个体随机效应的区组设计、分群(cluster)抽样、纵向数据(Longitudinal data)以及Panel数据的分析等[1]. 所以对这种模型的研究在线性混合模型中占有重要的地位(见[1], [2]).

在本文中我们考虑含有两个方差分量的线性混合模型

$$y = X\beta + U\alpha + \varepsilon. \tag{1.1}$$

其中y是n维观测向量, X是已知的秩为r的$n\times p$矩阵, β是p维未知参数, U是已知的$n\times q$矩阵, α, ε相互独立的随机向量, 且$\alpha\sim N_q(0,\sigma_\alpha^2 I)$, $\varepsilon\sim N_n(0,\sigma^2 I)$.

对固定效应β的估计, 多采用最小二乘估计 (LSE) 和两步估计 (TSE). 对方差分量σ_α^2的估计, 文献中已经有了几种方法, 如方差分析估计(Analysis of Variance Estimate, ANOVA)、极大似然估计(MLE)、限制极大似然估计(REMLE)、最小范数二次无偏估计(MINQUE)、谱分解估计(SDE) (见[3]). 由于MLE, RMLE和MINQUE都需要解一组方程, 一般情况下, 没有显式解, 只能通过迭代求解, 所以我们对这些估计的统计性质知道的不多(见[4]).

对σ_α^2的估计, 比较常用的是ANOVA估计. 它们都是一些二次统计量的线性组合. Tatsuya[5]在均方损失下修正了ANOVA估计, 这个估计仍然是二次统计量的线性组合. 因

*北京市属市管高等学校人才强教计划资助项目.

本文2004年12月8日收到.

此这里就有一个问题, 在所有的这样二次统计量的线性组合构成的类当中, 它们是不是容许的? 存在不存在比它们好的估计? 容许估计又应该满足一些什么样的条件? 这些都是应该研究的问题. 本文在§2给出了容许估计的必要条件, 并利用这个必要条件改进了ANOVA估计. 在这节给出了一个具体的例子.

另外, 以上这些估计都有一些缺点, 也就是它们不是非负的, 它们取负值的概率都大于0. LaMotte[6]证明了σ_α^2的非负无偏估计是不存在的. 因此大量的文献是在均方损失下讨论σ_α^2的非负估计. 对于平衡的混合模型, 已经提出了许多非负估计, 例如Chow and Shao[7]提出了正的截尾估计, Portney[8]获得的广义Bayes估计以及它的容许性. 对非平衡模型, Mathew, Sinha and Sutradhar[9]给出了非负的不变估计; Tatsuya[5]利用积分参数方法, 得到了一个正的截尾估计. 在§2我们利用另外的方法讨论了模型的的非负估计问题, 得到两个截尾估计, 其中一个和Tatsuya得到的结果一致, 另外一个比Tatsuya估计更合理, 即在平方损失下, 它比Tatsuya有更小的均方损失.

在本文中使用了如下记号: $\mathrm{rank}(A)$, $\mathrm{tr}A$, $\mathcal{M}(A)$分别表示矩阵A的秩、迹以及A的列向量张成的线性子空间.

§2. 容许性及ANOVA估计的改进

取矩阵$H_{(n-r)\times n}$满足条件: $HX=0$, $HH'=I_{n-r}$. 用H对模型(1.1)作变换, 令$z=Hy$, 我们得到新模型

$$z=HU\alpha+H\varepsilon. \tag{2.1}$$

记$W=HUU'H'$, 则$z\sim N_{n-r}(0,\sigma_\alpha^2W+\sigma^2I)$. 对$W$作谱分解,

$$W=\sum_{i=1}^k\lambda_iE_i,\qquad \lambda_1>\lambda_2>\cdots>\lambda_k>0.$$

其中$\mathrm{rank}(E_i)=r_i$.

记$r_0=n-r-\sum\limits_{i=1}^k r_i$, $E_0=I-\sum\limits_{i=1}^k E_i$, 那么$r_0=\mathrm{rank}(E_0)$, 并且我们在本文中我们总假定$r_0>0$. 容易证明

$$\begin{aligned}&s_0=z'E_0z\sim\sigma^2\chi_{r_0}^2,\\&s_i=z'E_iz\sim(\sigma^2+\lambda_i\sigma_\alpha^2)\chi_{r_i}^2,\qquad i=1,2,\cdots,k.\end{aligned}$$

常用的σ_α^2的一个无偏估计是ANOVA估计, (参见[9])

$$\delta_\alpha=\frac{m}{l}\Big(\frac{1}{m}\sum_{i=1}^k s_i-\frac{s_0}{r_0}\Big).$$

其中$m=\sum\limits_{i=1}^k r_i=\mathrm{rank}(W)$, $l=\sum\limits_{i=1}^k r_i\lambda_i=\mathrm{tr}W$.

但是δ_α有一个明显的缺点, 它以一定的概率取负值, 即$\mathsf{P}(\delta_\alpha<0)>0$. LaMitte[6]已经证明了$\sigma_\alpha^2$的非负无偏估计是不存在的. 因此我们在均方损失意义下, 讨论σ_α^2的估计.

在δ_α的基础上, Tatsuya[5]给出了一个在均方损失下一致优于δ_α的估计

$$\delta_T=\frac{m}{l}\Big(\frac{1}{m+2}\sum_{i=1}^k s_i-\frac{s_0}{r_0}\Big).$$

注意到δ_α, δ_T作为σ_α^2的估计, 都是$s_0,\cdots,s_k$的线性组合, 所以我们先在σ_α^2的估计类

$$\mathcal{L}=\Big\{\delta(d)=\sum_{i=0}^k d_i s_i,\text{其中 } d=(d_0,\cdots,d_k)'\Big\}$$

中讨论σ_α^2估计的容许性, 用以改进估计δ_T.

直接计算得到

$$\begin{aligned}
&\mathsf{E}\big(\sum d_i s_i-\sigma_\alpha^2\big)^2\\
=\ &\big[\sigma_\alpha^2\big(\sum d_i r_i\lambda_i-1\big)+\sigma^2\sum d_i r_i\big]^2+2\sigma_\alpha^4\sum d_i^2 r_i\lambda_i^2+2\sigma^4\sum d_i^2 r_i+4\sigma_\alpha^2\sigma^2\sum d_i^2 r_i\lambda_i\\
=\ &\sigma_\alpha^4\big[\big(\sum d_i r_i\lambda_i-1\big)^2+2\sum d_i^2\lambda_i^2 r_i\big]\\
&+\sigma^4\Big[(r_0^2+2r_0)(d_0-d_0^*)^2+\frac{2\big(\sum^* d_i r_i\big)^2}{r_0+2}+2\sum{}^* d_i^2 r_i\Big]\\
&+2\sigma_\alpha^2\sigma^2\big[2\sum d_i^2 r_i\lambda_i+\big(\sum{}^* d_i r_i\big)\big(\sum d_i r_i\lambda_i-1\big)+r_0\big(\sum d_i r_i\lambda_i-1\big)d_0\big],
\end{aligned}\tag{2.2}$$

其中$\lambda_0=0$, $d_0^*=-\sum d_i r_i/(r_0+2)$, $\sum$表示$\sum\limits_{i=0}^k$, $\sum^*$表示$\sum\limits_{i=1}^k$.

为了便于叙述, 记(2.2)中σ_α^4的系数为$c_1=c_1(d_1,\cdots,d_k)$, σ^4的系数记为$c_2=c_2(d_0,\cdots,d_k)$, $2\sigma_\alpha^2\sigma^2$的系数为$c_{12}=c_{12}(d_0,\cdots,d_k)$. 其中$c_1$与$d_0$无关.

从(2.2)式, 可以发现, 如果$\sum d_i r_i\lambda_i>1$, 则估计是不容许的, 这因为取$d_i'=d_i/\sum d_i r_i\lambda_i$, $i=0,1,2,\cdots,k$, 注意到$\sum d_i'\lambda_i r_i=1$, 代入(2.2)可知: c_1,c_2,c_{12}依次减少为$2\sum d_i^2\lambda_i^2 r_i/\big(\sum d_i r_i\lambda_i\big)^2$, $c_2/\big(\sum d_i r_i\lambda_i\big)^2$, $2\sum d_i^2 r_i\lambda_i/\big(\sum d_i r_i\lambda_i\big)^2$. 所以不妨假设$\sum d_i r_i\lambda_i\le 1$.

从(2.2)式, 我们知, 当d_i, $i=1,\cdots,k$固定时, c_2在$d_0^*=-\sum d_i r_i/(r_0+2)$的左右两侧, 分别是$d_0$的减函数和增函数, 而$c_{12}$是$d_0$的单调不增函数, 所以$d_0<d_0^*$时候估计是不容许的. 因此假定$d_0\ge d_0^*$.

注意到$d_0\ge d_0^*$, 此时$\sum d_i r_i\ge 0$, c_2总是d_i, $i=1,2,\cdots,k$的增函数.

为了得到c_1,c_{12}的d_i, $i>0$的单调性, 我们令它们对d_i, $i=1,\cdots,k$求偏导数, 得

$$\frac{1}{2r_i}\frac{\partial c_1}{\partial d_i}=\big(\sum d_j r_j\lambda_j-1\big)+2d_i\lambda_i,\tag{2.3}$$

$$\frac{1}{r_i}\frac{\partial c_{12}}{\partial d_i}=4d_i\lambda_i+\big(\sum d_j r_j\lambda_j-1\big)+\big(\sum d_j r_j\big)\lambda_i,\qquad i=1,2,\cdots,k.\tag{2.4}$$

注意到: 如果(2.3)式大于0, 那么必然有(2.4)式大于0, 即如果c_1是d_i的增函数, 那么c_{12}也是d_i的增函数. 这样我们看到如果(2.3)中各项都大于0, 则估计是不容许的, 因为此时减少d_i, $i>0$的值会同时减小c_1,c_2,c_{12}的值.

这样我们就得到了一个在线性估计类$\mathcal{L}$中σ_α^2的容许估计的必要条件, 即

定理 2.1 如果估计$\delta(d)$在估计类$\mathcal{L}$是容许的, 则它满足如下条件:

i) $\sum\limits_{j=1}^k d_j r_j \lambda_j \le 1$;

ii) $\Big(\sum\limits_{j=1}^k d_j r_j \lambda_j - 1\Big) + 2d_i\lambda_i \le 0,\ i = 1, 2, \cdots, k$;

iii) $d_0 \ge -\sum\limits_{j=1}^k d_j r_j \Big/ (r_0 + 2)$.

证明: 由前面的叙述, 我们只需再证明在这个估计类中容许估计存在就可以了.

事实上, 令(2.3)等于0, 我们的到$d_i = 1/[(m+2)\lambda_i]$, $i = 1, \cdots, k$. 由此可知, c_1在$d_i = 1/[(m+2)\lambda_i]$达到最小值且c_1与d_0无关, 当$d_0 < d_0^*$时, c_2, c_{12}同是d_0的减函数, 而当$d_0 \ge d_0^*$时c_2, c_{12}的单调性恰好相反, 因此我们得到σ_α^2的一个容许估计$[1/(m+2)] \cdot \big\{ \sum^* s_i/\lambda_i - \big[\big(\sum^* r_i/\lambda_i\big)/(r_0+2)\big] \cdot s_0 \big\}$. □

下面我们利用定理2.1来改进估计δ_T.

在估计δ_T中, s_i, $i > 0$的系数是常数$c \triangleq m/[l(m+2)]$. s_0的系数等于$-m/(lr_0) < d_0^* = -c\sum^* r_i/(r_0+2) = -[m/(lr_0)] \cdot \{mr_0/[(m+2)(r_0+2)]\}$. 其中$\sum^*$表示$\sum\limits_{i=1}^k$. 所以估计$\delta_T$是不容许的, 把$s_0$的系数改为$d_0^*$, 我们就会得到一个更好的估计

$$\delta_1 = \frac{m}{l(m+2)}\Big(\sum_{i=1}^k s_i - \frac{m}{r_0+2} s_0\Big).$$

如果模型(1.1)是非平衡的, 我们可以进一步的改进估计δ_1. 把$d_i = c$, $i > 0$代入(2.3)得

$$\frac{2}{m+2}\Big(\frac{m\lambda_i}{l} - 1\Big), \qquad i = 1, \cdots, k. \tag{2.5}$$

注意到l/m是W特征值的平均(考虑重数), 而$\lambda_k < l/m < \lambda_1$, 故上式对有些$i$来说是大于0的, 所以$\delta_T(\delta_1)$是不容许的.

取k^*满足: $\lambda_k < \cdots < \lambda_{k^*+1} \le l/m < \lambda_{k^*} < \cdots < \lambda_1$.

在(2.3)中, 令$d_i = c$, $i > k^*$, 得到

$$\Big(c\sum_{j>k^*} r_j\lambda_j - 1\Big) + \sum_{j\le k^*} d_j r_j \lambda_j + 2d_i\lambda_i, \qquad 0 < i \le k^*. \tag{2.6}$$

上式实际上就是在给定$d_j = c$, $j > k^*$时c_1对d_i, $0 < i \le k^*$的偏导数. 令上式各项等于0, 得解

$$d_i' = \frac{1 - c\sum\limits_{j>k^*} r_j\lambda_j}{(m_1+2)\lambda_i}, \qquad 0 < i \le k^*.$$

其中$m_1 = \sum\limits_{0<j\le k^*} r_j$, 当$d_i \ge d_i'$时, c_1, c_{12}是d_i的增函数(在s_j, $j > k^*$的系数为c时). 如果$c > d_i'$, 把c改为d_i'时, δ_T将得到改进. 事实上, 一定存在一个$k^{**} \le k^*$, 当$i \le k^{**}$时, 有$d_i' < c$. 理由如下:

如果对所有的$i \le k^*$, 都有$c \le d_i'$, 那么把(2.6)中的d_i都换成c后, 各项应该都小于等于0, 即(2.5)中各项小于等于0, 事实上这是不成立的. 同时注意到λ_i随i单调减少, 所以这样的k^{**}总是存在的.

由以上所述, 我们可以得到一个优于δ_1的估计$\delta_2 = \sum\limits_{i=0}^{k} a_i s_i$, 其中$a_i = c$, $i > k^{**}$; $a_j = d_j'$, $0 < j \le k^{**}$, $a_0 = -\sum^* a_i r_i/(r_0+2)$.

例 假定在a个不同的水平上做观测, 在第i个水平上做了n_i次观测, 总共做了$n = \sum\limits_{i=1}^{a} n_i$次观测. 这样就有模型

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}, \qquad i = 1, 2, \cdots, a, \ j = 1, 2, \cdots, n_i.$$

写成矩阵就是

$$y = \mu J_n + X\alpha + \varepsilon,$$

其中$y = (y_{11}, y_{12}, \cdots, y_{1n_1}, y_{21}, \cdots, y_{an_a})'$, J_m是分量全为1的m维的列向量,

$$X = \begin{pmatrix} J_{n_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & J_{n_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & J_{n_a} \end{pmatrix} = (X_1, X_2, \cdots, X_a).$$

$\alpha \sim N_a(0, \sigma_\alpha^2 I)$, $\varepsilon \sim N_n(0, \sigma^2 I)$, α, ε相互独立.

显然$\mathcal{M}(J, X) = \mathcal{M}(X) = \mathcal{M}(J_n, X_1, X_2, \cdots, X_{a-1})$. 对$(J_n, X_1, \cdots, X_{a-1})$, 运用施密特正交化得$(J_n/\sqrt{n}, P_{n\times(a-1)})$, 令$Q_{n\times(n-a)}$和$X$正交, 则$H = (P, Q)'$, $W = \mathrm{diag}\{W_1, 0\}$, $W_1 = P'XX'P$, $m = a-1$, $r_0 = n-a+1$.

下面取特殊的a, $n_1, \cdots, n_a$, 观察上面提到的几个估计.

1) $a = 3$, $n_1 = 3$, $n_2 = 6$, $n_3 = 9$, $n = 18$, $s_i \sim (\lambda_i\sigma_\alpha^2 + \sigma^2)\chi_1^2$, 其中$\lambda_i$, $i = 1, 2$分别等于7.3028, 3.6972.

	c_1	c_{12}	c_2
$\delta_T = (2/11)\cdot((s_1+s_2)/4 - s_0/15)$	0.5269	0.0852	0.0185
$\delta_1 = (s_1+s_2-s_0/17)/22$	0.5269	0.0379	0.0093
$\delta_2 = 0.038s_1 + 0.045s_2 - 0.0049s_0$	0.5178	0.0287	0.0079

2) $a = 4$, n_i, $i = 1, 2, 3, 4$分别等于$2, 5, 6, 7$, $n = 20$, $s_i \sim (\lambda_i\sigma_\alpha^2 + \sigma^2)\chi_1^2$, 其中$\lambda_i$, $i = 1, 2, 3$分别是6.5325, 5.3753, 2.3922.

	c_1	c_{12}	c_2
$\delta_T = 0.2098(0.2(s_1+s_2+s_3) - s_0/17)$	0.2373	0.0839	0.0228
$\delta_1 = 0.0420(s_1+s_2+s_3-3s_0/19)$	0.2373	0.0450	0.0122
$\delta_2 = 0.0344s_1 + 0.018s_2 + 0.0420s_3 - 0.0062s_0$	0.2056	0.0371	0.0109

§3. σ_α^2的非负估计

$\delta_T, \delta_i,\ i=1,2$做为$\sigma_\alpha^2$的估计, 都有一个缺点, 即它们取负值的概率都大于0. 我们先给出一簇非负估计, 再在δ_T的基础上给出两个正估计.

引理 3.1 对于平方损失函数而言, σ_α^2的估计$\delta(d)=\sum\limits_{i=0}^{k} d_i s_i$, 如果$d_0<0$, 都有截尾估计$\delta^+(d)=\max\{\delta(d),0\}$优于估计$\delta(d)$.

这个引理的证明是很容易的.

由引理3.1我们知道$\delta_T^+=\max\{\delta_T,0\}$, $\delta_i^+=\max\{\delta_i,0\}$, $i=1,2$都是优于δ_T的σ_α^2的非负估计.

进一步, 下面的定理给出了σ_α^2的两个正估计.

定理 3.1 σ_α^2的估计$\delta_T^{(1)}=\max\{\delta_T, 2ms_0/[l(m+2)r_0]\}$优于估计ANOVA估计和Tatsuya估计$\delta_T$.

证明: 因为δ_T由于ANOVA估计, 所以只需证明$\delta_T^{(1)}$优于估计δ_T即可.

令$\eta=2ms_0/[l(m+2)r_0]$, $\xi=\delta_T+\eta$, 则$\delta_T^{(1)}=\max\{\xi-\eta,\eta\}$.

$$\begin{aligned}\mathsf{E}(\delta_T-\sigma_\alpha^2)^2-\mathsf{E}(\delta_T^{(1)}-\sigma_\alpha^2)^2 &= \mathsf{E}(\xi-2\sigma_\alpha^2)(\xi-2\eta)I_{[\xi<2\eta]}\\ &= \mathsf{E}[(\xi-2\sigma_\alpha^2)(\mathsf{E}(\xi-2\eta)I_{[\xi<2\eta]}|\xi].\end{aligned}$$

令$h(\xi)=\xi-2\sigma_\alpha^2$, $g(\xi)=\mathsf{E}[(\xi-2\eta)I_{[\xi<2\eta]}|\xi]$. 对任意的$x_1<x_2$,

$$g(x_2)=\int_{x_2/2}^{\infty}(x_2-2y)f_\eta(y)\mathrm{d}y\geq\int_{x_2/2}^{\infty}(x_1-2y)f_\eta(y)\mathrm{d}y\geq\int_{x_1/2}^{\infty}(x_1-2y)f_\eta(y)\mathrm{d}y.$$

其中$f_\eta(y)$是η的概率密度函数. 由上式可以看出, $g(\xi)$是ξ的单调不降函数, 而$h(\xi)$是ξ的单调增函数, 所以有$\mathsf{E}(h(\xi)g(\xi))\geq\mathsf{E}(h(\xi))\mathsf{E}(g(\xi))=\mathsf{E}(\xi-2\sigma_\alpha^2)\mathsf{E}[(\xi-2\eta)I_{[\xi<2\eta]}]$.

明显地, $\mathsf{E}[(\xi-2\eta)I_{[\xi<2\eta]}]\leq 0$. 而$\mathsf{E}(\xi-2\sigma_\alpha^2)=-[(m+4)/(m+2)]\sigma_\alpha^2<0$, 所以$\mathsf{E}(h(\xi)g(\xi))\geq 0$, 即$\mathsf{E}(\delta_T-\sigma_\alpha^2)^2-\mathsf{E}(\delta_T^{(1)}-\sigma_\alpha^2)^2\geq 0$.

由以上所述可知$\delta_T^{(1)}$优于δ_T. □

虽然$\delta_T^{(1)}$是σ_α^2的一个正估计, 但是我们看到, 当$\delta_T<0$时, 要用s_0去估计σ_α^2, 而s_0不包含σ_α^2的信息, 这看起来不是很合理. 实际上, 用相同的方法可以得到以下定理:

定理 3.2 σ_α^2的估计$\delta_T^{(2)}=\max\left\{\delta_T, \{2/[l(m+2)]\}\cdot\sum\limits_{i=1}^{k}s_i\right\}$优于估计$\delta_T$.

证明: 令$\eta=\{2/[l(m+2)]\}\cdot\sum\limits_{i=1}^{k}s_i$, $\xi=\delta_T+\eta$, 以下和定理3.1的证明相同. □

这样我们又得到了σ_α^2的两个正估计$\delta_T^{(1)}$, $\delta_T^{(2)}$. 对于$\delta_T^{(1)}$, 有时会用到一个与σ_α^2无关的量s_0来估计σ_α^2, 从这方面看, $\delta_T^{(2)}$比$\delta_T^{(1)}$更合理一些.

参 考 文 献

[1] Diggle, P.J., Liang, K.E., Zeger, S.L., *Analasis of Longitudinal Data*, New York: Oxford Science, 2000.

[2] Baltagi, B.H., *Econometric Analysis of Panel Data*, New York: Wiley, 1995.

[3] 王松桂, 尹素菊, 线性混合模型参数的一种新估计, 中国科学(A辑), **32(5)**(2002), 434–443.

[4] 王松桂, 史建红, 尹素菊, 吴密霞, 线性模型引论, 科学出版社, 2004.

[5] Tatsuya, K., Estimation of variance components in mixed linear models, *Journal of Multivariate Analysis*, **53**(1995), 210–236.

[6] LaMotte, L.R., On non-negative quadratic unbiased estimation of variance components, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **68**(1973), 728–730.

[7] Chow, S.C. and Shao, J., A new procedure for the estimation of variance components. *Probab. Lett.*, **6**(1988), 349–355.

[8] Portnoy, S., Formal Bayes estimation with application to a random effec model, *Ann. Math. Statist.*, **42**(1971), 1379–1402.

[9] Mathew, T., Sinha, B.K. and Sutradhar, B.C., Nonnegative estimation of variance components in unbalanced mixed models with two components, *J. Multivariate Anal.*, **42**(1992), 77–101.

[10] 吴密霞, 王松桂, 线性混合模型中固定效应和方差分量同时最优估计, 中国数学(A辑), **34(3)**(2004), 373–384.

The Admissibility and Nonnegative Estimators of Variance Components in Mixed Models

Fan Yonghui[1,2] Wang Songgui[2]

([1] *Mathematics and Information Science College, Hebei Normal University, Shijiazhuang, 050016*)

([2] *College of Applied Science, Beijing University of Technology, Beijing, 100022*)

In the mixed linear model with two variance components, we propose a class of the estimators of the variance component. The class of estimators includes many popular estimators, such as ANVOA estimator. In this class we discuss the necessary conditions of admissibility. Using the necessary conditions we get two new estimators which are better than ANOVA estimator. At the same time we discuss the nonnegative estimators of variance components and suggest two new estimators which are better than ANOVA estimator.

Keywords: Mixed linear model, variance components, nonnegative estimator, ANVOA estimator

AMS Subject Classification: 62J05, 62J10.