

误差相关的半变系数模型的估计 *

蒙家富

(广西工学院, 柳州, 545006)

张日权*

(华东师范大学, 上海, 200241; 山西大同大学, 大同, 037009)

吕士钦

(山西太原理工大学, 太原, 030024)

摘 要

本文在误差相关的情况下, 研究半变系数模型的估计, 通过改进PLS估计, 给出了函数系数和常数系数的估计, 证明了估计的渐近正态性; 最后, 模拟研究说明了所提方法的有效性.

关键词: 半变系数模型, PLS估计, 相关误差, 渐近正态性.

学科分类号: O212.7.

§1. 引 言

Fan et al. [1]在检验变系数模型中函数系数是否真正变化时, 提出半变系数模型 (Semi-Varying Coefficient Models)

$$Y = \alpha^T(U)X + \beta^T Z + \epsilon. \quad (1.1)$$

其中 Y 为响应变量, $X = (X_1, \dots, X_p)^T$, $Z = (Z_1, \dots, Z_q)^T$ 和 $U \in R$ 是协变量, ϵ 是均值为零的随机误差项, 并且 ϵ 与 (U, X, Z) 是相互独立的. $\alpha(\cdot) = (\alpha_1(\cdot), \dots, \alpha_p(\cdot))^T \in R^p$ 是函数系数向量, $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_q)^T \in R^q$ 是常系数向量. 该模型也可以看成是部分线性模型的推广.

在误差项相互独立的情况下, 关于半变系数模型的研究已有很多结果. 例如, Zhang et al. [2]通过局部多项式方法和平均方法给出了常系数的估计, 再使用Backfitting技巧给出了函数系数的两步估计, 并证明了这些估计都具有最优收敛速度. Li et al. [3]提出采用核函数加权的局部最小二乘方法, 并应用该模型估计中国非金属矿物工业的产量. Zhou et al. [4]采用最小二乘和小波方法估计该模型. Fan et al. [5]给出了该模型的PLS (Profile Least Squares)估计, 证明了参数的PLS估计具有渐近正态性, 并将此方法应用于波士顿房屋数据集. 如上的研究都是基于误差是独立同分布这一假设下开展的. 然而, 在实践中, 误差有时是相关的. 那么, 探讨误差相关下该模型的估计问题是有意义的. 本文通过改进Fan et al. [5]所提出的PLS估计来研究这一问题.

*本课题得到国家自然科学基金(10871072)、教育部博士点基金(20090076110001)、山西省自然科学基金(2007011014)和浙江省教育厅科研项目(Y200803009)资助.

*通讯作者, E-mail: zhangriquan@163.com.

本文2006年12月12日收到, 2010年1月5日收到修改稿.

§2. 估 计

设 $\{(U_i, X_i, Z_i, Y_i), 1 \leq i \leq n\}$ 是取自于模型(1.1)的一组样本观测值, 并且假定 $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 \Sigma)$, Σ 为已知正定矩阵. 在此条件下, 模型(1.1)的样本模型为

$$\begin{cases} \mathbf{Y} - \mathbf{Z}\beta = \mathbf{X}\alpha(U) + \varepsilon, \\ \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 \Sigma). \end{cases} \quad (2.1)$$

其中 $\mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)^T$, $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)^T$, $X_i = (X_{1i}, \dots, X_{pi})^T$, $\mathbf{Z} = (Z_1, \dots, Z_n)^T$, $Z_i = (Z_{1i}, \dots, Z_{qi})^T$, $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T$.

由于 Σ 是正定矩阵, 故存在正交阵 P , 使得 $P^T \Sigma P = \Lambda$, 其中 $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$, $\lambda_i > 0$ 是 Σ 的特征根. 记 $\mathbf{Y}^* = \mathbf{Y} - \mathbf{Z}\beta$. 用 P^T 左乘(2.1)式得

$$P^T \mathbf{Y}^* = P^T \mathbf{X}\alpha(U) + P^T \varepsilon. \quad (2.2)$$

易见 $E(P^T \varepsilon) = 0$, $\text{Cov}(P^T \varepsilon) = \sigma^2 \Lambda$, 则(2.1)可表为

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{Y}} = \tilde{\mathbf{X}}\alpha(U) + \tilde{\varepsilon}, \\ \tilde{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \Lambda). \end{cases} \quad (2.3)$$

其中 $\tilde{\mathbf{Y}} = (\tilde{Y}_1, \dots, \tilde{Y}_n)^T = P^T \mathbf{Y}^*$, $\tilde{\mathbf{X}} = (\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_n)^T = P^T \mathbf{X}$, $\tilde{X}_i = (\tilde{X}_{i1}, \dots, \tilde{X}_{ip})^T$, $\tilde{\varepsilon} = (\tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_n)^T = P^T \varepsilon$.

若 $\{\alpha_i(\cdot), i = 1, 2, \dots, p\}$ 有连续的二阶导数, 那么在 u_0 的附近,

$$\alpha_i(u) \approx \alpha_i(u_0) + \alpha'_i(u_0)(u - u_0) \triangleq a_i + b_i(u - u_0), \quad i = 1, \dots, p. \quad (2.4)$$

根据局部线性方法的思想, 关于 $\{a_i\}_{i=1}^p$ 和 $\{b_i\}_{i=1}^p$ 极小化下式

$$\sum_{k=1}^n \left[\tilde{Y}_k - \sum_{i=1}^p [a_i + b_i(U_k - u_0)] \tilde{X}_{ki} \right]^2 K_h(U_k - u_0), \quad (2.5)$$

其中 $K_h(\cdot) = K(\cdot/h)/h$, h 为窗宽, $K(\cdot)$ 为核函数.

记

$$M = \begin{pmatrix} \tilde{X}_1^T \alpha(U_1) \\ \vdots \\ \tilde{X}_n^T \alpha(U_n) \end{pmatrix}, \quad D_u = \begin{pmatrix} \tilde{X}_1^T & \frac{U_1 - u}{h} \tilde{X}_1^T \\ \vdots & \vdots \\ \tilde{X}_n^T & \frac{U_n - u}{h} \tilde{X}_n^T \end{pmatrix},$$

$W_u = \text{diag}(K_h(U_1 - u), \dots, K_h(U_n - u))$.

将(2.5)式对 a_i, b_i 求偏导, 可得

$$\hat{\gamma} = (D_{u_0}^T W_{u_0} D_{u_0})^{-1} D_{u_0}^T W_{u_0} (\bar{\mathbf{Y}} - \bar{\mathbf{Z}}\beta). \quad (2.6)$$

其中 $\hat{\gamma} = (\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_p, h\hat{b}_1, \dots, h\hat{b}_p)^T$, $\bar{Y} = (\bar{Y}_1, \dots, \bar{Y}_n)^T = P^T Y$, $\bar{Z} = (\bar{Z}_1, \dots, \bar{Z}_n)^T = P^T Z$, $\bar{Z}_i = (\bar{Z}_{i1}, \dots, \bar{Z}_{iq})^T$.

进而 M 的估计为

$$\widehat{M} = \begin{pmatrix} [\tilde{X}_1^T, 0] \{D_{u_1}^T W_{u_1} D_{u_1}\}^{-1} D_{u_1}^T W_{u_1} \\ \vdots \\ [\tilde{X}_n^T, 0] \{D_{u_n}^T W_{u_n} D_{u_n}\}^{-1} D_{u_n}^T W_{u_n} \end{pmatrix} (\bar{Y} - \bar{Z}\beta) \cong S(\bar{Y} - \bar{Z}\beta). \quad (2.7)$$

将 M 的估计代入 (2.3) 式, 得

$$(I - S)\bar{Y} = (I - S)\bar{Z}\beta + \tilde{\varepsilon}. \quad (2.8)$$

利用最小二乘法, 可得 β 的估计为

$$\hat{\beta} = \{((I - S)\bar{Z})^T ((I - S)\bar{Z})\}^{-1} ((I - S)\bar{Z})^T ((I - S)\bar{Y}). \quad (2.9)$$

再将 (2.9) 式代回 (2.6) 式有 $\hat{\gamma} = (D_{u_0}^T W_{u_0} D_{u_0})^{-1} D_{u_0}^T W_{u_0} (\bar{Y} - \bar{Z}\hat{\beta})$. 进而 $a_i(u)$ 的估计为

$$\hat{a}_i(u) = e_{i,2p}^T (D_{u_0}^T W_{u_0} D_{u_0})^{-1} D_{u_0}^T W_{u_0} (\bar{Y} - \bar{Z}\hat{\beta}). \quad (2.10)$$

其中 $e_{i,2p}$ 表示长度为 $2p$ 且第 i 个元素为 1 的单位向量.

§3. 渐近正态性

假设:

- A.1 函数系数 $\alpha_i(\cdot)$ ($i = 1, \dots, p$) 有连续的二阶导数;
- A.2 随机变量 U 有有界紧支撑 Ω , 其密度函数 $f(\cdot)$ 是 Lipschitz 连续的;
- A.3 $E(X_i X_j^T | U = u)$, $E(X_i X_j^T * X_i X_j^T | U = u)$ 和 $E((X_{1i_1})^{j_1} (X_{i_2})^{j_2} | U = u)$ ($0 \leq i_1, i_2 \leq p$, $j_1 + j_2 = 4$), $E(X_i Z_j^T | U = u)$, $E(X_i Z_j^T * X_i Z_j^T | U = u)$ 都有连续的一阶导数, 其中 $A * B = (a_{ij} b_{ij})$ 是矩阵 $A = (a_{ij})$ 和 $B = (b_{ij})$ 的 Hadamard 积;
- A.4 存在 $s > 2$, 使得 $E\|X\|^{2s} < \infty$ 和 $E\|Z\|^{2s} < \infty$; 且存在 $\varepsilon < 2 - s^{-1}$, 使得 $n^{2\varepsilon-1}h \rightarrow \infty$;
- A.5 核函数 $K(\cdot)$ 是一对称的概率密度函数, 且有有界紧支撑;
- A.6 $h \rightarrow 0$, $nh^8 \rightarrow 0$ 且 $nh^2 \rightarrow \infty$.

记 $\Gamma(u) = E(\tilde{X}\tilde{X}^T | U = u)$, $\phi(u) = E(\tilde{X}\tilde{X}^T * (\tilde{X}\tilde{X}^T) | U = u)$, $\Theta(u) = E(\tilde{X}\bar{Z}^T | U = u)$, $\Psi(u) = E(\tilde{X}\bar{Z}^T * (\tilde{X}\bar{Z}^T) | U = u)$, $\alpha''(u_0) = (\alpha_1''(u_0), \dots, \alpha_p''(u_0))^T$, $\mu_i = \int u^i K(u) du$, $\nu_i = \int u^i K^2(u) du$, $\tilde{Z} = (I - S)\bar{Z}$, $c_n = \{\log(1/h)/(nh)\}^{1/2} + h^2$ 以及

$$\Omega_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{pmatrix} \otimes \Gamma(u_0), \quad \Omega_2 = \begin{pmatrix} \nu_0 & \nu_1 \\ \nu_1 & \nu_2 \end{pmatrix} \otimes \Gamma(u_0).$$

定理 3.1 在假设A.1~A.6成立的条件下, 有

$$\sqrt{n}(\hat{\beta} - \beta) \xrightarrow{d} \mathbf{N}(0, \Delta),$$

其中 $\Delta = \sigma^2 \{E(\tilde{Z}\tilde{Z}^T) - E[E(\tilde{Z}\tilde{X}^T|U)E(\tilde{X}\tilde{X}^T|U)^{-1}E(\tilde{X}\tilde{Z}^T|U)]\}^{-1}$.

定理 3.2 在假设A.1~A.6成立的条件下, 有

$$\sqrt{nh}(\hat{\alpha}(u_0) - \alpha(u_0) - 0.5h^2\mu_2\alpha''(u_0)) \xrightarrow{d} \mathbf{N}\left(0, \frac{\sigma^2\nu_0}{f^{-1}(u_0)}\Gamma^{-1}(u_0)\right). \quad (3.1)$$

§4. 模拟比较

研究模型

$$Y_i = \sin(2\pi U_i)X_i + Z_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

其中 $U_i, X_i, Z_i \sim \mathbf{U}(-1, 1)$, $i = 1, 2, \dots, 200$, $e_i \sim \mathbf{N}(0, 1)$, $i = 1, 2, \dots, 201$, 产生误差项为 $\varepsilon_i = e_i + 0.2 * e_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots, 200$. 这里, 取Epanchinikov核函数 $K(t) = 0.75(1 - t^2)_+$, 对函数系数的估计, 窗宽的选取使用的是交叉核实法. 在不考虑误差项相关的情况下, 用 Fan et al.^[1]等人提出的方法进行估计. 在考虑到误差项相关的情况下, 用本文提出的方法对进行估计. 在不考虑误差项相关和考虑误差项相关两种情况下, 图1给出的是对参数系数 $b = 1$, 重复400次试验所得结果的直方图, 图2给出的是函数项系数 $a(u) = \sin(2\pi u)$, 重复400次试验在每个点上估计结果的平均值的曲线图. 从图1对参数 $b = 1$ 的估计结果, 得到考虑误差项相关的结果明显好于不考虑误差项相关的结果. 图2对函数项系数 $a(u) = \sin(2\pi u)$ 的估计结果, 也能发现考虑误差项相关的结果比不考虑误差项相关的结果有了很大的改进.

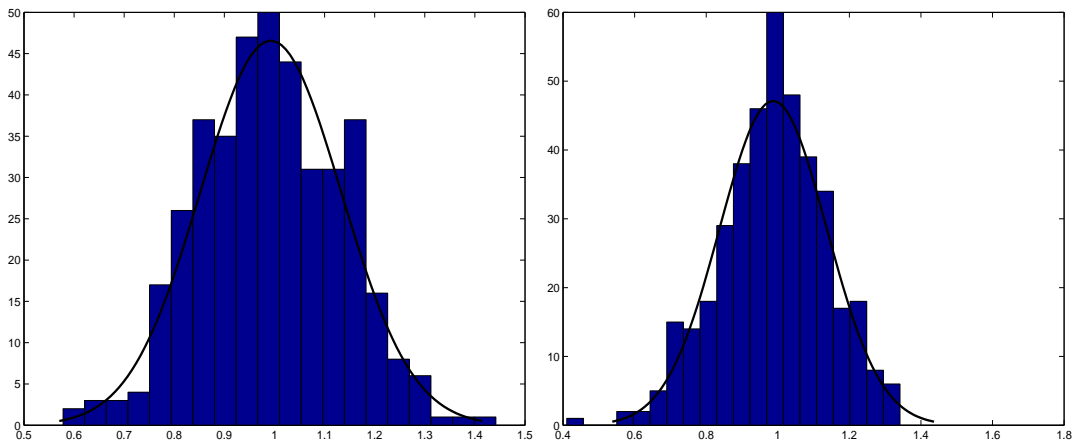


图1 对参数项系数 $b = 1$ 进行的估计, 左图是没有考虑误差相关时估计的直方图, 右图是考虑了误差相关时估计的直方图

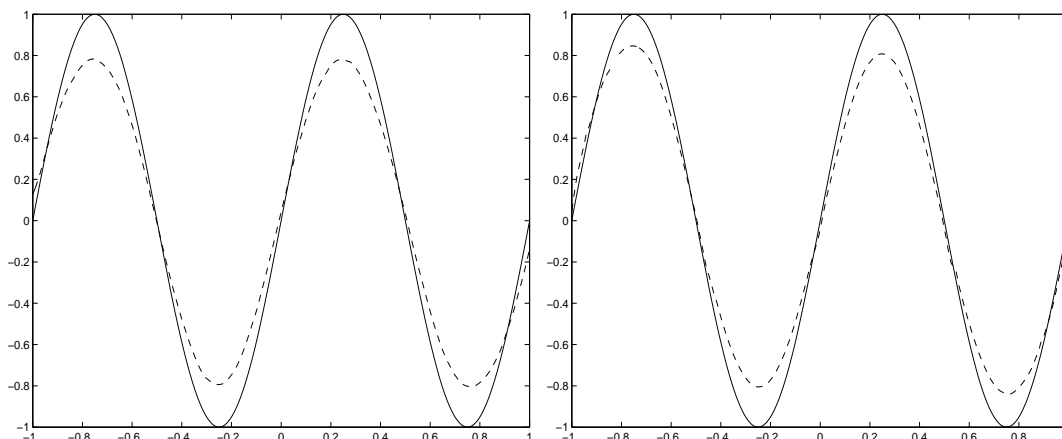


图2 对函数项系数 $a(u) = \sin(2\pi u)$ 进行的估计, 左图是没有考虑误差相关时的估计, 右图是考虑了误差相关时的估计, 其中实线表示函数在 $u \in [-1, 1]$ 所取的真实值, 虚线表示模拟的估计值

§5. 定理的证明

令

$$\begin{aligned} S_{n,\lambda} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{X}_i \tilde{X}_j^T (h^{-1}(U_i - u_0))^\lambda K_h(U_i - u_0); \\ M_{n,\lambda} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{X}_i (h^{-1}(U_i - u_0))^\lambda K_h(U_i - u_0) \tilde{\varepsilon}_i; \\ C_{n,\lambda} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{X}_i (h^{-1}(U_i - u_0))^\lambda K_h(U_i - u_0) \bar{Z}_i^T (\hat{\beta} - \beta). \end{aligned}$$

引理 5.1^[6] 若 $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ 是独立同分布的随机变量, Y_i 是一维的随机变量, $f(\cdot, \cdot)$ 是 (X, Y) 的联合密度函数, $K(\cdot)$ 为正的有界紧支撑的核函数, 且满足Lipschitz连续的. 假如 $E|Y|^s < \infty$ 和 $\sup_x \int |y|f(x, y)dy < \infty$, 对于给定 $n^{2\varepsilon-1}h \rightarrow \infty$ 和 $\varepsilon < 1 - s^{-1}$, 则有

$$\sup_x \left| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [K_h(X_i - x)Y_i - E\{K_h(X_i - x)Y_i\}] \right| = O_p\left(\left\{\frac{\log(1/h)}{nh}\right\}^{1/2}\right).$$

使用常用的非参数证明方法, 很容易得到.

引理 5.2 在假设A.1~A.6成立的情况下, 有

$$\begin{aligned} S_{n,\lambda} &= \mu_\lambda f(u_0) \Gamma(u_0) (1 + O_p((nh)^{-1/2})), \\ M_{n,\lambda} &= O_p((nh)^{-1/2}), \\ C_{n,\lambda} &= O_p(n^{-1/2}). \end{aligned}$$

引理 5.3 在假设A.2~A.6成立的情况下, 有

$$\begin{aligned}\frac{1}{n}\tilde{Z}^T\tilde{Z} &\xrightarrow{P} E(\bar{Z}\bar{Z}^T) - E[E(\bar{Z}\tilde{X}^T|U)E(\tilde{X}\tilde{X}^T|U)^{-1}E(\tilde{X}\bar{Z}^T|U)]; \\ \frac{1}{n}\tilde{Z}^T(I-S)(I-S)^T\tilde{Z}^T &\xrightarrow{P} E(\bar{Z}\bar{Z}^T) - E[E(\bar{Z}\tilde{X}^T|U)E(\tilde{X}\tilde{X}^T|U)^{-1}E(\tilde{X}\bar{Z}^T|U)]; \\ \frac{1}{n}\tilde{Z}^T(I-S)M &= O_p(c_n^2).\end{aligned}$$

证明: 由于

$$D_U^T W_U D_U = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \tilde{X}_i \tilde{X}_i^T K_h(U_i - U) & \sum_{i=1}^n \tilde{X}_i \tilde{X}_i^T \left(\frac{U_i - U}{h}\right) K_h(U_i - U) \\ \sum_{i=1}^n \tilde{X}_i \tilde{X}_i^T \left(\frac{U_i - U}{h}\right) K_h(U_i - U) & \sum_{i=1}^n \tilde{X}_i \tilde{X}_i^T \left(\frac{U_i - U}{h}\right)^2 K_h(U_i - U) \end{pmatrix},$$

由引理5.1, 对于 $U \in \Omega$ 一致地有

$$D_U^T W_U D_U = n f(U) \phi(U) \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{pmatrix} (1 + O_p(c_n)), \quad (5.1)$$

$$D_U^T W_U \bar{Z} = n f(U) \Theta(U) \otimes (1, 0)^T (1 + O_p(c_n)), \quad (5.2)$$

其中 \otimes 表示Kronecker积. 由(5.1)和(5.2)式, 有

$$[\tilde{X}^T, 0] \{D_U^T W_U D_U\}^{-1} D_U^T W_U \bar{Z} = \tilde{X}^T \phi(U)^{-1} \Theta(U) (1 + O_p(c_n)).$$

从而,

$$S\bar{Z} = \begin{pmatrix} \tilde{X}_1^T \phi(U_1)^{-1} \Theta(U_1) \\ \vdots \\ \tilde{X}_n^T \phi(U_n)^{-1} \Theta(U_n) \end{pmatrix} (1 + O_p(c_n)).$$

进一步有,

$$\frac{1}{n}\tilde{Z}\tilde{Z}^T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\bar{Z}_i - \phi(U_i)^T \Theta(U_i)^{-1} \tilde{X}_i] [\bar{Z}_i^T - \tilde{X}_i^T \Theta(U_i)^{-1} \phi(U_i)^T] (1 + O_p(c_n)).$$

再由大数定理, 第一式得证. 用类似的方法可以证明其余两式. \square

定理3.1的证明: 据(2.9)式, 有

$$\sqrt{n}(\hat{\beta} - \beta) = \sqrt{n}(\tilde{Z}^T \tilde{Z})^{-1} \tilde{Z}^T (I - S)(M + \varepsilon).$$

由引理5.3, 可得偏差项和随机项分别为

$$\begin{aligned}\sqrt{n}(\tilde{Z}^T \tilde{Z})^{-1} \tilde{Z}^T (I - S)M &= O_p(\sqrt{n}c_n^2), \\ \sqrt{n}(\tilde{Z}^T \tilde{Z})^{-1} \tilde{Z}^T (I - S)\varepsilon &= \frac{1}{\sqrt{n}} \sigma^{-2} \Delta \tilde{Z}^T (I - S)\varepsilon (1 + o_p(1)).\end{aligned}$$

又由于

$$\begin{aligned}\tilde{Z}^T(I-S)\varepsilon &= \sum_{i=1}^n \tilde{Z}_i\{\varepsilon_i - [\bar{X}_i^T, 0]\{D_{u_i}^T W_{u_i} D_{u_i}\}^{-1} D_{u_i}^T W_{u_i} \varepsilon\}, \\ [\tilde{X}, 0]\{D_U^T W_U D_U\}^{-1} D_U^T W_U \varepsilon &= \tilde{X}^T \phi(U)^{-1} \mathbf{E}(X|U) O_p(c_n),\end{aligned}$$

于是有

$$\tilde{Z}^T(I-S)\varepsilon = \sum_{i=1}^n \bar{Z}_i - \Theta(U_i)^T \phi(U_i) \bar{X}_i \varepsilon_i (1 + o_p(1)).$$

根据Slutsky定理和中心极限定理, 可得

$$\frac{1}{\sqrt{n}}(\tilde{Z}\tilde{Z}^T)^{-1}\tilde{Z}^T(I-S)\varepsilon \xrightarrow{d} \mathbf{N}(0, \Delta^{-1}).$$

进一步, 有

$$\sqrt{n}(\hat{\beta} - \beta) \rightarrow \mathbf{N}(0, \Delta). \quad \square$$

定理3.2的证明: 容易验证

$$\hat{\gamma} - \gamma = \begin{pmatrix} S_{n,0} & S_{n,1} \\ S_{n,1} & S_{n,2} \end{pmatrix}^{-1} \left(0.5h^2 \begin{pmatrix} S_{n,0} \\ S_{n,1} \end{pmatrix} \alpha''(u_0) + \begin{pmatrix} C_{n,0} \\ C_{n,1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{n,0} \\ M_{n,1} \end{pmatrix} + o_P(h^2) \right). \quad (5.3)$$

其中 $\gamma = (a_1, \dots, a_p, hb_1, \dots, hb_p)^T$.

首先讨论 $\sqrt{nh}(M_{n,0}, M_{n,1})^T$ 的分布. 设 ξ_1 和 ξ_2 是任意两个不同时为0的 $p \times 1$ 的向量, 记

$$J_n = \xi_1^T M_{n,0} + \xi_2^T M_{n,1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\left(\xi_1^T + \xi_2^T \frac{U_i - u_0}{h} \right) \tilde{X}_i K_h(U_i - u_0) \tilde{\varepsilon}_i \right) \triangleq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i.$$

易证 $\mathbf{E}(l_i) = 0$, $\mathbf{D}(l_i) = h^{-1}(\xi_1^T, \xi_2^T) \Omega_2 (\xi_1^T, \xi_2^T)^T f(u_0) \sigma^2 (1 + O_p(h))$. 由独立同分布中心极限定理, 可得

$$\sqrt{nh}J_n \xrightarrow{d} \mathbf{N}(0, (\xi_1^T, \xi_2^T) \Omega_2 (\xi_1^T, \xi_2^T)^T f(u_0) \sigma^2).$$

记 $I_n = \eta_1^T C_{n,0} + \eta_2^T C_{n,1}$, 其中 η_1 和 η_2 是任意两个不同时为0的 $p \times 1$ 的向量, 由引理5.2和定理3.1, 可得 $\sqrt{nh}I_n = o_p(1)$. 再由Slutsky定理, 有

$$\sqrt{nh}(J_n + I_n) = \sqrt{nh}J_n + o_p(1) \xrightarrow{d} \mathbf{N}(0, (\xi_1^T, \xi_2^T) \Omega_2 (\xi_1^T, \xi_2^T)^T f(u_0) \sigma^2).$$

从而

$$\sqrt{nh}(M_{n,0} + C_{n,0}, M_{n,1} + C_{n,1})^T \xrightarrow{d} \mathbf{N}(0, \Omega_2 f(u_0) \sigma^2). \quad (5.4)$$

其次, 由引理5.2, 得

$$\begin{pmatrix} S_{n,0} & S_{n,1} \\ S_{n,1} & S_{n,2} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} S_{n,2} \\ S_{n,3} \end{pmatrix} = \Omega_1^{-1}(\mu_2 \Gamma(u_0), 0)^T + O_p(h). \quad (5.5)$$

$$\begin{pmatrix} S_{n,0} & S_{n,1} \\ S_{n,1} & S_{n,2} \end{pmatrix}^{-1} = \Omega_1^{-1} f^{-1}(u_0) + O_p(h). \quad (5.6)$$

联合(5.4)-(5.6)式可完成定理的证明. \square

参 考 文 献

- [1] Fan, J. and Zhang, W., Simultaneous confidence bands and hypothesis testing in varying coefficient models, *S. J. Statist.*, **27**(2000), 715–731.
- [2] Zhang, W., Lee, S. and Song, X., Local polynomial fitting in semivarying coefficient model, *J. Multivar. Anal.*, **82**(1)(2002), 166–188.
- [3] Li, Q., Huang, C., Li, D. and Fu, T., Semiparametric smooth coefficient models, *J. B. Econom. Statist.*, **32**(2002), 412–422.
- [4] Zhou, X. and You, J., Wavelet estimation in varying-coefficient partially linear regression models, *Statist. Probab. Lett.*, **68**(2004), 91–104.
- [5] Fan, J. and Huang, T., Profile likelihood inferences on semiparametric varying-coefficient partially linear models, *Bernoulli*, **11**(2005), 1031–1057.
- [6] Mack, Y. and Silverman, B., Weak and strong uniform consistency of kernel regression estimates, *Z. Wahrsch. Verw. Gebiete.*, **61**(1982), 405–415.

Estimation of Semivarying-Coefficient Models with the Correlated Random Errors

MENG JIAFU

(*Guangxi Institute of Technology, Liuzhou, 545006*)

ZHANG RIQUAN

(*East China Normal University, Shanghai, 200241; Datong University, Shanxi, 037009*)

LV SHIQIN

(*Taiyuan University of Technology, Taiyuan, 030024*)

The estimation of semivarying coefficient models are studied in this paper. The estimators of the function coefficient and the constant coefficient are given by modifying the profile least squares. Furthermore, the asymptotical normalities of these estimations are investigated. A simulation study is carried out to compare the proposed methods.

Keywords: Semivarying-coefficient model, profile least squares estimation, correlated random error, asymptotical normality.

AMS Subject Classification: Primary 62G08, 62G10; secondary 62G20.