应用简报

交强险双挂钩浮动费率模型 *

肖宇谷　　孟生旺

(中国人民大学应用统计科学研究中心, 北京, 100872)

摘　要

自2006年7月1日交强险实施以来, 机动车辆交通事故责任强制保险费率与道路交通事故和道路交通安全违法行为相联系的"双挂钩"制度备受各界关注. 本文通过二元混合泊松分布给出了一个双挂钩浮动费率模型. 实证结果表明, 上海2007年施行的双挂钩浮动费率从精算公平的角度来看并没有多收保费, 但相对全国统一的2007款浮动费率系统而言, 平均费率要高20.48%. 换言之, 这两个费率浮动系统从长期来看都会导致平均保费水平下降, 但全国统一浮动系统下降的幅度更大一些.

关键词: 汽车保险, 双挂钩浮动费率, BMS, 转移概率矩阵.

学科分类号: O29, F840.

§1.　引　　言

机动车辆交通事故责任强制保险(以下简称交强险)费率与道路交通事故(以下简称事故)和道路交通安全违法行为(以下简称违法行为)相联系称为"双挂钩"制度. 自2006年7月1日交强险实施以来备受各界关注, 其中一个焦点就是"双挂钩"制度. 考虑到现实条件, "双挂钩"制度最终没有在全国范围内统一实行, 目前只有上海采用"双挂钩"制度.

采用"双挂钩"制度最主要的优点有两个: 一是交强险费率浮动与交通违法行为挂钩, 通过经济杠杆的作用, 能有效减少驾驶人的违法行为, 培养一种遵章守纪的良好驾驶习惯. 二是"奖优罚劣", 多数遵章守纪的投保人能享受费率下浮带来的实惠, 少数不良违章司机将交付更高的费率. 由于"双挂钩"制度在一定程度上减少了交通安全违法行为, 所以得到中国保监会的鼓励.

但是道路交通安全违法行为的发生次数远高于道路交通事故的发生次数, 因此费率上浮的比例会高于只与道路交通事故相联系的上浮比例. 如果仅从保费的公平性看, "双挂钩"制度有收取较高保费的倾向. 一种常见的解释是违法行为与事故的发生有较高的正相关性, 较多的不良违章表明投保人属于高风险人群, 高风险对应高保费, 所以对不良违章的惩罚符合非寿险的定价原则. 这种解释是正确的, 但如何精确地刻画这种相关关系, 得到与

*国家自然科学基金项目(70771108)和中国人民大学科学研究基金项目(22382051)资助.

本文2009年9月7日收到, 2010年3月16日收到修改稿.

风险匹配的浮动费率还需进一步研究. 本文为"双挂钩"浮动费率制度建立了一个量化模型, 为合理定价提供一个参考.

§2. 双挂钩浮动费率模型

本文利用二元混合泊松分布建立"双挂钩"浮动费率模型.

2.1 双挂钩浮动费率的一般模型

当浮动费率系统只与事故次数或违法次数有关时, 由BMS的一般理论可知, 单个系统可以由一个有限状态马氏链刻画. 假设各保险期相等且为1年, 每份保单在一个保险期内等级不变. 令l表示浮动费率挂钩类别, $l=1,2$; 令$S^l=1,2,\cdots,K^l$表示第l个BMS的费率等级集合, 其对应的费率系数列向量为$C^l=[C_1^l,C_2^l,\cdots,C_{K^l}^l]$, 上标$T$表示转置. 对应的转移规则记为一个函数$T^l$, 其中$T^l(i,k)=j$表示投保人在一年内发生$l$类事件$k$次, 则从第$l$个BMS的等级$i$转移到等级$j$.

双挂钩浮动费率规则是以上两个系统的组合, 例如上海的现行规则为: 费率系数$=1+$事故调整系数$+$交通违法调整系数, 所以可以由如下的扩展有限状态马氏链刻画. 令

$$\begin{aligned} S &= \{(1,1),(1,2),\cdots,(1,K^2),(2,1),(2,2),\cdots,(2,K^2),\\ &\qquad \cdots,(K^1,1),(K^1,2),\cdots,(K^1,K^2)\}, \end{aligned}$$

其对应的费率系数列向量为$C=C^1\otimes e_{K^2}+e_{K^1}\otimes C^2$, 其中$\otimes$表示Kronecker积, e_{K^1}和e_{K^2}分别表示元素全为1的K^1和K^2维列向量.

设任一给定保单的风险特征为λ, 整个保单组合服从的分布为$U(\lambda)$, 若用X_n表示该保单在保险期n的等级, 相应的转移概率矩阵记为

$$P(\lambda)=\{\mathsf{P}(X_{n+1}=(i_2,j_2)|X_n=(i_1,j_1))(\lambda)\},$$

其中$(i_2,j_2)\in S$, $(i_1,j_1)\in S$. 根据转移规则函数可知

$$\mathsf{P}(X_{n+1}=(i_2,j_2)|X_n=(i_1,j_1))(\lambda)=\sum_{\substack{k\in R(i_1,i_2)\\ h\in W(j_1,j_2)}}\mathsf{P}(N^{(1)}(1)=k,N^{(2)}(1)=h)(\lambda), \tag{2.1}$$

其中$R(i_1,i_2)=\{k|T^1(i_1,k)=i_2\}$, $W(j_1,j_2)=\{h|T^2(j_1,h)=j_2\}$.

若系统存在平稳概率分布π, 则$\pi=e^T(I-P(\lambda)+E)^{-1}$其中$I$是单位矩阵, E是一个元素全为1的方阵, 所以长时间后双挂钩系统的平均费率为πC.

2.2 二元混合泊松双挂钩模型

本文用二元混合泊松模型来刻画事故发生次数和违法行为次数. 假设给定风险特征为λ的保单, 事故发生次数$N^{(1)}(t)$服从参数为t的泊松过程, 违法行为次数$N^{(2)}(t)$服从参数为$a\lambda$的泊松过程, 两个过程互不重叠, 是相互独立的. 通常事故率低的司机违法频率较低, 违法频率高的司机往往有较高的事故率, 本文的假设反映了这一基本特征. 二元混合泊松模型的性质可参见刘长标和袁卫(1999)[2].

在二元混合泊松模型的假设下, 一般的双挂钩模型可以得到简化:

性质 2.1 假设第l个BMS对应的转移概率矩阵为$P^{(l)}(\lambda)$, $l=1,2$, 则

$$P(\lambda)=P^{(1)}(\lambda)\otimes P^{(2)}(\lambda).$$

证明: 由式(2.1)和独立性知, 对任意$i_1,i_2\in S^1$, $j_1,j_2\in S^2$,

$$\begin{aligned}
&\mathsf{P}(X_{n+1}=(i_2,j_2)|X_n=(i_1,j_1))(\lambda)\\
=&\sum_{\substack{k\in R(i_1,i_2)\\ h\in W(j_1,j_2)}}\mathsf{P}(N^{(1)}(1)=k,N^{(2)}(1)=h)(\lambda)\\
=&\sum_{k\in R(i_1,i_2)}\mathsf{P}(N^{(1)}(1)=k)(\lambda)\cdot\sum_{h\in W(j_1,j_2)}\mathsf{P}(N^{(2)}(1)=h)(\lambda)\\
=&\mathsf{P}(X^{(1)}_{n+1}=i_2|X^{(1)}_n=i_1)(\lambda)\cdot\mathsf{P}(X^{(2)}_{n+1}=j_2|X^{(2)}_n=j_1)(\lambda),
\end{aligned}$$

其中$X_n^{(l)}$表示在保险期n风险特征为λ的保单在第l个BMS中所处的等级. □

性质 2.2 假设第l个BMS (其中$l=1,2$)和双挂钩BMS都存在唯一的不变概率分布, 分别记为$\pi^{(1)}$、$\pi^{(2)}$和π, 则$\pi=\pi^{(1)}\otimes\pi^{(2)}$ (平稳概率分布为行向量).

证明: 因为

$$\begin{aligned}
(\pi^{(1)}\otimes\pi^{(2)})P(\lambda) &= (\pi^{(1)}\otimes\pi^{(2)})(P^{(1)}(\lambda)\otimes P^{(2)}(\lambda))\\
&= (\pi^{(1)}P^{(1)}(\lambda))\otimes(\pi^{(2)}P^{(2)}(\lambda))\\
&= \pi^{(1)}\otimes\pi^{(2)},
\end{aligned}$$

由唯一性可知$\pi=\pi^{(1)}\otimes\pi^{(2)}$. □

性质 2.3 若$\pi=\pi^{(1)}\otimes\pi^{(2)}$是双挂钩BMS唯一的不变概率分布, $C=C^1\otimes e_{K^2}+e_{K^1}\otimes C^2$为双挂钩BMS的费率等级, 则系统稳定时的平均费率为$\pi C=\pi^{(1)}C^1+\pi^{(2)}C^2$.

证明: 根据Kronecker积的运算规则可知

$$\begin{aligned}
&(\pi^{(1)}\otimes\pi^{(2)})(C^1\otimes e_{K^2}+e_{K^1}\otimes C^2)\\
=&(\pi^{(1)}\otimes\pi^{(2)})(C^1\otimes e_{K^2})+(\pi^{(1)}\otimes\pi^{(2)})(e_{K^1}\otimes C^2)\\
=&(\pi^{(1)}C^1)\otimes(\pi^{(2)}e_{K^2})+(\pi^{(1)}e_{K^1})\otimes(\pi^{(2)}C^2)\\
=&\pi^{(1)}C^1+\pi^{(2)}C^2. \qquad \square
\end{aligned}$$

性质2.3说明长期来看, 采用双挂钩BMS比仅与事故有关的BMS多收$\pi^{(2)}C^2$的保费.

§3. 实证分析

3.1 全国2007款奖惩规则

全国统一的交强险浮动费率规则(除上海外)为: 初次投保处于等级4. 如果驾驶人上一年度仅仅发生了一次有责任事故, 则其费率不浮动; 如果驾驶人上一年度发生了两次甚至更多的有责任交通事故, 都是上浮10%的费率; 如果驾驶人还发生了有责任死亡事故, 则要上浮30%的费率. 每一年没有发生有责任交通事故, 就给予10%的无赔款优待, 累计最高不超过30%. 由于死亡事故在整个保单组合中比例很小, 所以本文暂时忽略这一等级. 这个系统对应的各等级费率系数列向量为

$$C^1 = [C_1^1, C_2^1, \cdots, C_5^1]^T = [0.1, 0.8, 0.9, 1, 1.1]^T.$$

这个系统是不可约非周期有限状态马氏链, 所以存在唯一的不变概率分布.

3.2 上海2007年与违法行为相联系的浮动规则

2007年上海与违法行为相联系的浮动规则可以分为上浮和下浮两部分: 对于上浮的计算, 如果发生了10次及以上交通违法, 费率上浮15%; 如果发生了一次公安部门认定的严重交通违法行为, 主要有闯红灯、酒后开车、无证驾驶、逆行、超速、超载、安全装置不达标七类, 就要按规定计算上浮因子, 因子之间相互累加, 每次严重交通违法行为上浮10%, 但最高上浮比率不超过70%. 对于下浮的计算, 上一年度未发生交通违法行为, 费率下浮10%, 不按年度累加.

为了简化问题, 本文只考虑严重交通违法行为, 其对应的各等级费率系数列向量为

$$C^2 = [C_1^2, C_2^2, \cdots, C_5^2]^T = [-0.1, 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7]^T,$$

其中C_2^2为初始等级, 在以后的保险期间将不会到达, 所以这个系统不是不可约有限状态马氏链, 等级2是一个非常返状态, 但可以证明, 此系统仍然存在唯一的不变概率分布.

3.3 参数估计

本文中的二元混合泊松模型有两个参数需要估计, 一个是平均事故发生率λ, 另一个是违法频率中的参数a. 本文假设北京和上海的平均事故发生率是一样的, 所以先用北京的数据估计参数λ, 再用上海的数据估计参数a.

根据北京保监会公布的2008年数据可知, "第一年享受费率下浮的车辆占比将达到87%–90%, 费率上浮的车辆仅占1.4%." 利用极大似然原理可以估计出事故发生的平

均频率. 因为第一年不发生事故的概率为$e^{-\lambda}$, 第一年发生一次事故的概率为$\lambda e^{-\lambda}$, 所以由$e^{-\lambda} \times \lambda e^{-\lambda} = 0.87 \times (1 - 0.87 - 0.014)$, 可知$\widehat{\lambda} = 0.1312$. 由于没有更详细的数据, 本文这里采用的估计方法较为简单, 但$\widehat{\lambda} = 0.1312$与其它欧洲国家的数据相比相差不大, 见Centeno和Andrade (2005)[3], Pitrebois等(2003)[4].

根据上海保监会公布的2007年数据, 知在2007年双挂钩规则下"费率下浮的保单占51.55%, 费率不变的保单占37.47%, 费率上浮的保单仅占10.98%. 其中费率上浮超过50%的占2.3%, 费率上浮达到100%的只占全部保单的十万分之一点七." 假设初始时刻的分布为

$$\pi_0 = \pi_0^{(1)} \otimes \pi_0^{(2)},$$

其中$\pi_0^{(1)} = [0,0,0,1,0]$, $\pi_0^{(2)} = [0,1,0,0,0,0,0,0,0]$, 则第三年整个保单组合的分布为

$$\pi_3 = \pi_0[P(\lambda)]^3 = (\pi_0^{(1)} \otimes \pi_0^{(2)})[P^{(1)}(\lambda) \otimes P^{(2)}(\lambda)]^3,$$

其中$P^{(2)}(\lambda)$是上海2007年与违法行为相联系的浮动规则决定的概率转移矩阵, 根据2.2中的假设$P^{(2)}(\lambda)$与参数a有关. 本文采用模拟的方式, 选择最接近上海保监会公布数据的参数, 结果为$\widehat{a} = 16.5$. 这个参数低估了费率下浮和费率不变的比例, 同时还低估了费率上浮超过50%和上浮达到100%的比例, 但高估了费率上浮低于50%的比例.

假设$\widehat{\lambda} = 0.1312$, $\widehat{a} = 16.5$, 则全国统一2007款BMS长时间后的平均费率为0.7687, 上海2007年与违法行为相联系的BMS的平均费率为0.2048, 结果见表1. 由性质2.3可知上海2007双挂钩系统长时间后的平均费率为0.9735, 表明双挂钩系统长期来看并没有多收保费, 如果基本保费不变, 这个系统是奖励大于惩罚的.

表1　全国2007年统一BMS和上海2007年与违法行为相联系BMS的平稳分布

	全国2007年统一BMS		上海2007年与违法行为相联系BMS	
费率等级	费率系数	平稳分布	费率系数	平稳分布
1	0.7	0.6746	-0.1	0.1148
2	0.8	0.0946	0	0
3	0.9	0.1078	0.1	0.2485
4	1	0.1151	0.2	0.2689
5	1.1	0.0079	0.3	0.1941
6			0.4	0.105
7			0.5	0.0455
8			0.6	0.0164
9			0.7	0.0069
平均费率		0.7687		0.2048

§4. 结　论

通常事故率低的司机违法频率较低, 违法频率高的司机往往有较高的事故率, 本文利用二元混合泊松分布给出了上海双挂钩浮动费率系统的精算模型. 本文的结果说明稳定后的双挂钩浮动费率从精算公平的角度来看并没有多收保费, 但相对全国统一的2007款浮动费率系统而言, 平均费率要高20.48%. 换言之, 这两个费率浮动系统从长期来看都会导致平均保费水平下降, 但全国统一浮动系统下降的幅度更大一些.

本文为"双挂钩"浮动费率系统建立的一般模型, 可以为合理定价提供一个参考. 但由于本文所用数据的局限性, 参数估计结果还有待进一步改进.

参 考 文 献

[1] 让·勒梅尔著, 袁卫译, 汽车保险费的定价原理, 经济科学出版社, 北京, 1997.

[2] 刘长标, 袁卫, 二元混合Poisson分布及其在保险中的应用, 湖北大学学报(自然科学版), 1999年第4期.

[3] Centeno, M.L. and Andrade e Silva, J.M., A note on bonus scales, *The Journal of Risk and Insurance*, **72(4)**(2005), 601–607.

[4] Pitrebois, S., Denuit, M. and Walhin, J.F., Setting a BMS in the presence of other rating factors: Taylor's work revisited, *ASTIN Bulletin*, **33**(2003), 419–436.