

线性异方差模型在太阳能电池退化及可靠性分析中的应用

盛志冬

(中国科学技术大学管理学院, 合肥, 230026)

于丹*

(中国科学院系统科学研究所, 北京, 100080; 中国科学院大学数学科学学院, 北京, 100049)

摘要: 太阳能电池片是构成卫星太阳能电池板的基本元件, 太阳能电池板的可靠性及寿命是影响整个卫星可靠性和寿命的重要因素. 太阳能电池片随着使用时间的延长其光电转换效率随时间发生退化. 在本文中, 我们基于太阳电池片的加速退化试验测试数据, 对太阳能电池片的退化规律进行统计建模, 并进一步对太阳能电池板进行可靠性分析与评估. 针对太阳能电池片退化率与累计辐照剂量的试验数据, 我们用线性异方差模型来进行建模, 最后利用 Fiducial 推断的方法得到太阳能电池板的寿命分布. 本文将利用一个实例来说明分析和计算过程.

关键词: 加速实验; 异方差; 太阳能电池

中图分类号: O213.2

英文引用格式: Sheng Z D, Yu D. Heteroscedastic linear model based reliability evaluation for solar cell degradation testing[J]. Chinese J. Appl. Probab. Statist., 2018, 34(1): 101-110. (in Chinese)

§1. 引言

太阳能电池板是卫星的关键设备, 其主要作用是为所有星载设备提供能源, 因此它对卫星能否正常工作起到决定性作用. 由于太阳能电池板直接暴露在太空极端环境中, 经常有突发事件发生^[1], 所以在轨的太阳能电池板会受到太空环境的影响. 太阳能电池板的可靠性一般受温度、湿度、辐照影响^[2]. 实际经验显示, 太空带电粒子辐照是造成太阳能电池板光电转换效率下降的主要因素^[3]. 通过电池片的电子辐照实验可以发现, 随着电子辐照量的增加, 电池片的性能有明显下降的趋势^[4]. 由于太空粒子辐照会影响到电池板的寿命, 那么就有必要在模拟的太空环境中对电池片进行必要的试验, 以探索其性能退化规律. 由于工作环境下电池片的退化进程非常缓慢, 因此地面试验通常都是在高应力环境下进行加速退化试验. 在加速退化试验中, 通常采用单一的高能粒子流来模拟复杂的太空辐照环境^[5]. 魏强等^[6]在以光学石英玻璃为例对辐照加速试验进行讨论, 他们为试验材料在太空

*通讯作者, E-mail: dyu@amss.ac.cn.

本文 2016 年 12 月 27 日收到, 2017 年 5 月 7 日收到修改稿.

带电粒子辐照环境下的行为提供了科学依据. 杨林华和范宁^[7] 创建了紫外线加速寿命试验, 并获得了试验数据. 基于严格的标准理论, 他们建立了加速寿命试验方程, 并且给出了太阳能电池板在辐照环境下的工作寿命. 做加速辐照试验的目的是可以更快的获得电池板的可靠性分析结果^[8]. 而加速试验中可以获得电池板受到了多少剂量的紫外线辐照, 所以该试验可以为如何延长在轨太阳能电池板的寿命提供了科学依据.

在本文中, 我们将对某一型号电池片产品加速寿命试验进行研究. 该试验测试了太阳能电池片在不同累计辐照剂量下的退化率. 随着电池片受到的累计辐照剂量的增加, 电池片的输出功率将会逐渐减小, 所以整个太阳能电池板的转化效率将降低. 电池片的退化率是指其输出功率的退化率^[5]. 该加速试验的设计目的是为了得到电池片受到的累计辐照剂量和其退化率的关系. 我们将测量若干个不同的累计辐照剂量下电池片的退化率. 试验过程中的累计辐照剂量是通过试验仪器控制的, 我们可以在试验前将其设定.

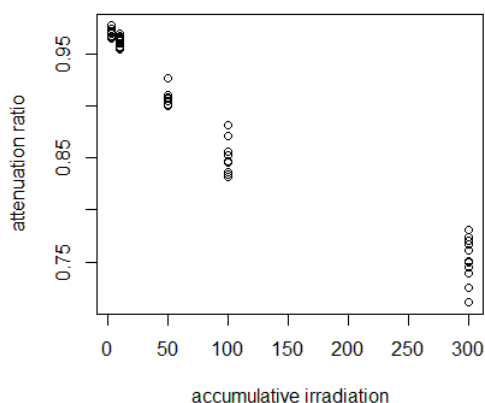


图 1 5 个辐照剂量下加速试验中的观测数据示意图

加速试验的数据如图 1 所示. 从图中可以明显看出数据是具有异方差性质. 由于每个电池片相对于累计辐照剂量的退化速度是不可能完全一样的, 具有一定的随机性, 那么观测数据则具有与累计辐照剂量相关的误差项, 这必然导致异方差性. 我们需要对此具有异方差性的退化数据进行分析来得到可靠性和寿命的评估结论, 但是过往的研究中, 对具有异方差性的退化数据研究甚少. ARMA/GARCH (广义自回归条件异方差模型) 模型可以用来预测删失退化数据的峰度来判断是否达到预先设定的阈值^[9]. 后来一个异方差退化路径的异常值检测方法被提出^[10]. 但是这些方法都无法得到可靠性和寿命的推断结论. 本文中, 我们利用线性异方差模型来拟合试验数据, 估计出线性异方差模型的所有参数, 最后得到太阳能电池板的可靠性和寿命的分布.

本文的后续将分为三个部分, 第 2 节给出背景的介绍和模型的建立, 包括加速试验的细节, 模型的形式, 可靠性评估方法和寿命分布的推断. 第 3 节将给出一个实例. 第 4 节是本文的总结.

§2. 背景介绍与建模

2.1 模型

在地面加速试验中, 我们设定了若干个累计辐照剂量 u_1, u_2, \dots, u_p . 并测量了在每个累计辐照剂量下电池片的退化率. $\{z_{i,j}\}_{j=1}^M$ 表示在累计辐照剂量 u_i 下, M 个电池片的退化率 (现有输出功率/初始输出功率). 试验数据如图 1 所示. 很明显可以看出数据是具有异方差性的. 我们用线性异方差模型来拟合该数据, 模型如下:

$$Z = \mu(U) + \epsilon(U), \quad (1)$$

$$\mu(U) = a + bU, \quad (2)$$

$$\epsilon(U) \sim N(0, \sigma^2(U)), \quad (3)$$

$$\sigma^2(U) = \alpha + \beta U, \quad (4)$$

其中, Z 代表电池片的退化率, U 代表累计辐照剂量.

公式 (2) 给出了 $\mu(U)$ 的表达式, 其中 a 代表累计辐照剂量为 0 时的退化率, 由于辐照是最具影响力的环境因素, 是造成的电池片退化的主要原因, 所以 a 是值会比较接近 1. b 代表的是平均单位辐照剂量所造成退化值, 形象的说, 它是电池片相对于累计辐照剂量的退化速度. 运行环境中的高能例子辐照会对电池片造成损伤, 从而使得电池片的输出功率逐步降低. 由于系统对电池板的可靠性要求很高, 所以电池片的退化速度比较慢, 也就是对于还在生命周期里的电池片来说, b 的绝对值会比较小. 所以我们设定电池片的退化速度是个常数, 从而平均退化率相对于累计辐照剂量符合一个线性模型.

公式 (3) 和 (4) 给出了退化率误差项的分布. 这是一个正态随机误差, 不过该正态的方差是随着累计辐照剂量 U 改变的. 造成这个现象的主要原因是, 所有测试或者使用的电池片不可能都按照相同的速度进行退化, 不同电池片退化的速度是不可能完全一样的, 这个速度是存在一定的随机性的. 这个导致了, 随着累计辐照剂量的增大, 不同电池片退化率的差异也会增大, 也就是退化率的方差会增大, 这样出现了异方差性. 根据公式 (2), 我们可以看出, 如果退化速度 b 存在一个正态误差项, 退化率的方差就将会与累计辐照剂量 U 相关, 而且是线性关系. 所以我们设定退化率的方差随着累计辐照剂量增大的速度是 β , 即单位累计辐照剂量造成退化率方差的变化值. 参数 α 所代表的是, 纯退化率本身误差项的方差, 这个参数是一个与累计辐照剂量 U 无关的常数.

本模型中, a 、 b 、 α 和 β 是未知参数.

2.2 可靠性评估

根据公式 (1)–(4), 我们可以计算出太阳能电池板的可靠性和寿命.

假设太阳能电池板由 N 个相同型号的电池片组成, 整个电池板的输出功率为所有 N 个电池片的输出功率的总和, 那么, 太阳能电池板的退化率即为 N 个电池片退化率的平均值. 所有电池片的退化率均符合公式 (1)–(4) 中所列模型. 如果太阳能电池板的退化率低于设定的某个阈值 V , 那么我们就认定该电池板已经失效. 据此, 我们可以得到太阳能电池板的可靠性:

$$\begin{aligned} R &= P\left\{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i \geq V\right\} = P\left\{\mu(U) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \epsilon_i(U) \geq V\right\} \\ &= P\left\{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \epsilon_i(U) \geq V - \mu(U)\right\}, \end{aligned}$$

其中, $\mu(U)$ 代表电池片在累计辐照剂量 U 下的平均退化率, $\{\epsilon_i(U)\}_{i=1}^N$ 代表每个电池片退化率的随机误差项, 即公式 (3) 中所列, 该误差项与累计辐照剂量 U 有关.

很显然, 累计辐照剂量肯定是随着时间 t 的增加而增加的, 所以退化率是随着时间 t 的增加而减小的, 这个符合常理. 我们假设, 在电池板运行环境中, 累计辐照剂量与时间 t 的关系为 $U(t)$. 那么太阳能电池板的可靠性即可表示为

$$\begin{aligned} R(t) &= P\left\{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \epsilon_i(U(t)) \geq V - \mu(U(t))\right\} \\ &= 1 - \Phi\left(\sqrt{N} \frac{V - (a + bU(t))}{\sqrt{\alpha + \beta U(t)}}\right). \end{aligned} \quad (5)$$

这样, 太阳能电池板的寿命就可以得到:

$$T = \int_0^\infty \left(1 - \Phi\left(\sqrt{N} \frac{V - (a + bU(t))}{\sqrt{\alpha + \beta U(t)}}\right)\right) dt. \quad (6)$$

2.3 寿命分布推断

本文中采用 Fiducial 推断方法^[11]来得到太阳能电池板的寿命分布. 我们将先计算线性异方差模型中所有参数的枢轴量表示, 然后利用该枢轴量表示得到可靠性和寿命分布.

首先, 我们计算在每一个设定的累计辐照剂量下, 电池片退化率的均值和方差. 即对 $i = 1, 2, \dots, p$:

$$\mu_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M z_{i,j}, \quad \sigma_i^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{j=1}^M (z_{i,j} - \mu_i)^2.$$

经过简单分析, 我们可以知道, 对于所有的 $i = 1, 2, \dots, p$, 都有 $(M-1)\sigma_i^2/(\alpha + \beta U_i)$ 服从自由度为 $M-1$ 的卡方分布, 而且它们是相互独立的. 现在设 $\{\chi_i^2\}_{i=1}^p$ 为 i.i.d. 服从自由度为 $M-1$ 的卡方分布的随机变量. 这样我们可以得到 α 和 β 的枢轴量表示为

$$\hat{\beta} = \frac{\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p u_i \frac{(M-1)\sigma_i^2}{\chi_i^2} - \left(\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p u_i\right) \left(\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \frac{(M-1)\sigma_i^2}{\chi_i^2}\right)}{\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p u_i^2 - \left(\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p u_i\right)^2}, \quad (7)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \frac{(M-1)\sigma_i^2}{\chi_i^2} - \hat{\beta} \left(\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p u_i \right). \quad (8)$$

类似的, 我们可以得到, 对于所有的 $i = 1, 2, \dots, p$, 都有 $(\mu_i - a - bu_i)/\sqrt{\hat{\alpha} + \hat{\beta}u_i}$ 服从标准正态分布, 而且它们是相互独立的. 现在设 $\{\xi_i\}_{i=1}^p$ 为 i.i.d. 服从标准正态分布的随机变量. 这样我们可以得到 a 和 b 的枢轴量表示为

$$\hat{b} = \frac{\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p u_i (\mu_i - \sqrt{\hat{\alpha} + \hat{\beta}u_i} \xi_i) - \left(\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p u_i \right) \left(\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p (\mu_i - \sqrt{\hat{\alpha} + \hat{\beta}u_i} \xi_i) \right)}{\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p u_i^2 - \left(\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p u_i \right)^2}, \quad (9)$$

$$\hat{a} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p (\mu_i - \sqrt{\hat{\alpha} + \hat{\beta}u_i} \xi_i) - \hat{b} \left(\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p u_i \right). \quad (10)$$

现在我们得到了所有未知参数的枢轴量表示, 我们可以进一步得到太阳能电池板的寿命分布. 具体步骤如下:

步骤一: 生成一系列标准正态分布的样本并记为 $\{\xi_i\}_{i=1}^p$, 生成一系列自由度为 $M-1$ 卡方分布的样本并记为 $\{\chi_i^2\}_{i=1}^p$. 利用公式 (7)–(10) 计算出 $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\beta}$ 、 \hat{a} 和 \hat{b} . 随后利用公式 (5) 和 (6) 来计算可靠性 $R(t)$ 和寿命 T .

步骤二: 重复执行步骤一 K 次. 这样我们可以得到 K 个寿命 T 的模拟结果. 进而利用这 K 个结果得到寿命 T 的均值、方差和分布.

§3. 实例分析

在这一节, 我们将利用上一节提出的模型和方法来分析地面加速试验的数据.

在地面加速试验中, 我们预先设定 5 个累计辐照剂量的值, 即 $p = 5$, 分别为每平方厘米不同单位个数个电子. 在每个累计辐照剂量下, 我们分别测定 12 个太阳能电池片的输出功率, 从而得到它们的退化率数据, 所以 $M = 12$.

我们利用上一节的算法, 重复执行步骤一 10000 次, 即 $K = 10000$, 从而得到 10000 个 $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\beta}$ 、 \hat{a} 和 \hat{b} 的结果. 他们的均值分别为 -5.0422×10^{-6} 、 2.0349×10^{-6} 、 0.9552 和 -7.2830×10^{-4} . 拟合结果如图 2 所示.

图 2 中间的实线代表拟合的平均退化率的结果. 此外, 我们在图中也给出了退化率在均值两侧两倍标准差下的范围, 即虚线边界. 我们可以看出, 绝大部分数据还是落在了该区域中, 而在最小的两个累计辐照剂量值下的部分退化率数据是落在了估计范围之外.

现在我们计算出在各个累计辐照剂量值下, 所有退化率数据的平均值, 计算结果如图 3 所示. 我们可以明显看出, 除了最右下角的这一个点以外, 其他的 4 个点明显形成一个线性的趋势, 最右下角的这一个点稍有些偏离. 但是由于试验数据的自变量较少, 选取一个很有

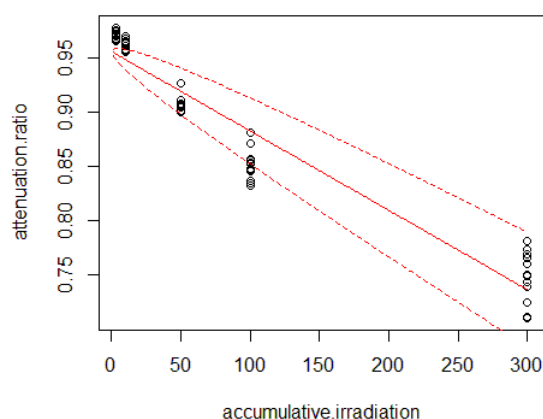


图 2 试验数据与拟合结果

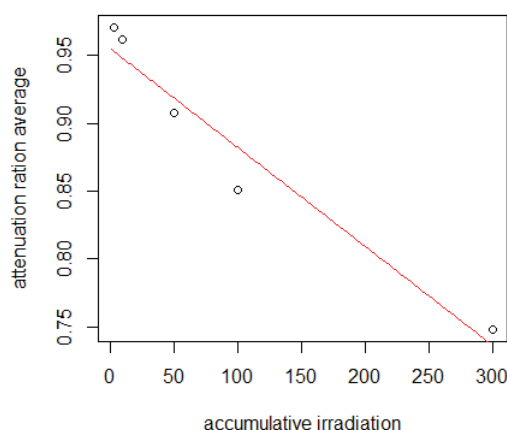


图 3 各累计辐照剂量值下的退化率均值结果

说服力的均值函数难度比较大, 使用复杂的函数也容易出现过拟合的情况. 此外, 根据现有太空中累计辐照剂量函数的观测结果来看, 能达到 $U = 100$ 的累计辐照剂量, 也需要 15 到 20 年以上的时间, 这已经超出了太阳能电池板的设计寿命要求. 所以根据前 4 个点的形态, 设定均值函数为线性函数, 是比较符合数据形态, 也能满足评估要求的. 只是由于偏离整体线性趋势的最后一个点自变量 U 值比较大, 对拟合结果有了一定的影响.

假设太阳能电池板由 $N = 1000$ 个电池片组成, 在其运行环境中, 每天受到的辐照剂量为恒定的每平方米 1 个单位个数个电子, 即 $U(t) = t$. 这样我们可以利用公式 (6) 得到 10 000 个预计寿命的模拟结果. 他们的频率直方图如图 4 所示.

经过简单计算, 我们可以得到电池板寿命的平均值为 221.0818, 标准差为 32.947. 从图形上看, 该分布有些像对数正态分布. 我们将生成的所有电池板寿命的模拟结果取对数, 然后进行标准化. 我们对处理过的数据画其标准正态 Q-Q 图, 如图 5 所示.

从图形上看, 虽然模拟结果相比对数正态分布稍有些右偏度, 但是在 $(-2, 2)$ 之间的部

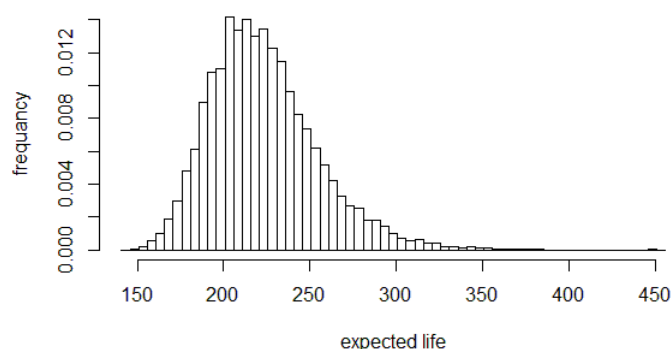


图 4 太阳能电池板 (1 000 片) 预计寿命的频率直方图

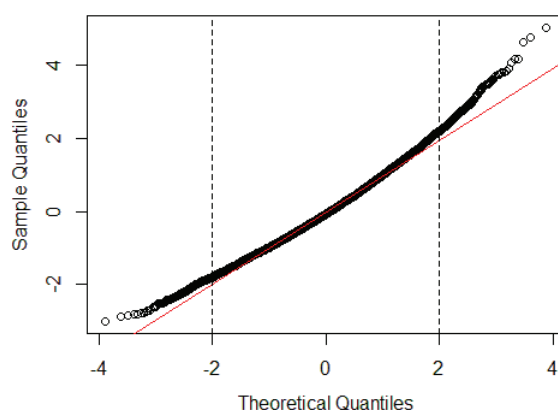


图 5 处理后模拟结果的标准正态 Q-Q 图

分, 模拟结果和对角线还是非常接近的. 由于太空工作环境非常复杂, 影响退化的因素非常多, 到目前为止, 太阳能电池片确切的退化机理仍不完全清楚, 现况只是对主要影响因素有些了解而已, 无法从理论上根据退化机理严格说明其寿命分布. 此外, 由于模型算法的复杂程度也比较高, 从算法的角度上来得到其确切的寿命分布或渐近分布也比较困难. 而对数正态分布是可靠性分析中非常重要和常用的寿命分布, 其对描述受化学和物理化学过程所支配的寿命分布是最为有效的. 在半导体器件的寿命试验和加速寿命试验中, 对数正态分布得到了广泛应用^[12]. 再加上, 模拟结果从总体上和对数正态分布还是比较接近的, 因此我们断言电池板寿命的分布是服从对数正态分布的. 经过简单计算后, 可以得到该对数正态分布的参数分别为 5.4 和 0.14.

在刚刚的计算过程中, 我们假设了太阳能电池板中由 1 000 个电池片组成, 那么接下来我们要讨论, 如果太阳能电池板具有不同的电池片个数, 即不同的 N , 光太阳能电池板的寿命是否会有趋势性的变化.

我们假定太阳能电池板由各种不同个数个电池片组成, 具体电池片个数的设定如表 1 中所列. 然后我们重复上述工作分别计算在每个电池片个数的假定下, 电池板寿命的均值

和标准差, 结果列在表 1 中.

表 1 不同电池片个数假定下太阳能电池板寿命的均值与标准差

电池片个数	预计寿命均值	预计寿命标准差
1	223.5018	32.116
4	222.5299	33.369
7	222.2050	32.485
10	222.1318	32.473
40	221.3732	32.330
70	221.6605	32.337
100	221.0327	32.108
400	221.3944	33.074
700	221.6289	32.715
1 000	221.0818	32.947
4 000	221.3107	32.602
7 000	221.4368	33.026
10 000	221.4606	32.165
40 000	221.4730	32.796
70 000	222.1231	33.270

从表 1 中可以看出, 不同电池片个数对应的预计寿命均值与标准差是差不多的, 也并没有很明显的趋势或者规律. 而在我们选取了 10 个和 40 000 个电池片情况下的结果, 画出了预计寿命模拟值的频率直方图 (图 6 和图 7) 之后, 发现这两个图形和中 1 000 个电池片的结果 (图 4) 非常相似. 现在我们可以断言电池片的个数对预计寿命的分布影响很小甚至没有影响.

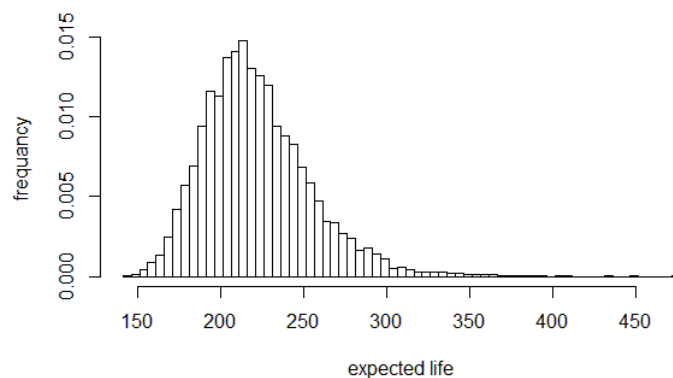


图 6 太阳能电池板 (10 片) 预计寿命的频率直方图

这个结论其实是符合常理的. 由于我们对太阳能电池板失效的定义是基于整个电池板的退化率的, 而若单一电池片的退化规律不变的话, 将一个大电池板拆成若干小电池片是

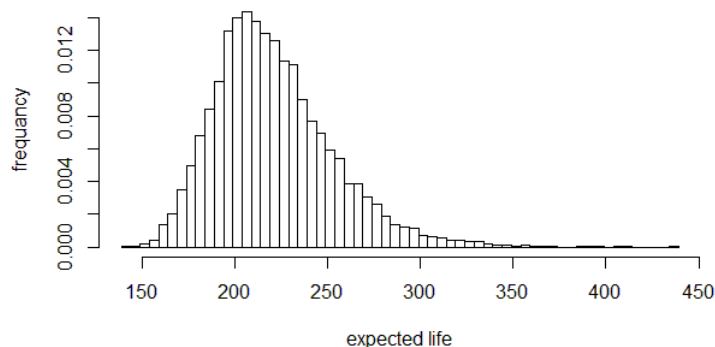


图 7 太阳能电池板 (40 000 片) 预计寿命的频率直方图

很难让设备寿命有所提高的.

§4. 总 结

本文致力于构建太阳能电池片退化模型及基于模型的可靠性分析方法, 而最终的可靠性结果将根据实际试验数据计算得来. 文中介绍了用于得到累计辐照剂量与退化率关系的地面加速试验, 在不同的累计辐照剂量下测量了电池片的退化率数据, 分析该数据发现其有异方差性, 并利用线性异方差模型拟合地面加速试验数据. 在太阳能电池板的可靠性分析过程中, 利用 Fiducial 推断的方法, 得到了线性异方差模型所有参数的枢轴量表示, 并进一步得到太阳能电池板寿命的分布. 我们将模型和方法在一个实例中进行了实现, 并对计算分析步骤做出了展示. 本文所介绍的方法, 将来可在更多复杂的系统中使用.

参 考 文 献

- [1] Brandhorst H W, Rodiek J A. Space solar array reliability: a study and recommendations[J]. *Acta Astronaut.*, 2008, **63**(11-12): 1233-1238.
- [2] Kuitche J M. A statistical approach to solar photovoltaic module lifetime prediction[D]. Tempe, Arizona, USA: Arizona State University, 2014.
- [3] Lisbona E F. IV-3 – Calibration, testing and monitoring of space solar cells[M] // Markvart T, Castaner L. *Practical Handbook of Photovoltaics: Fundamentals and Applications*. Oxford, UK: Elsevier Science, 2003: 825-853.
- [4] 胡建民, 吴宜勇, 钱勇, 等. GaInP/GaAs/Ge 三结太阳电池的电子辐照损伤效应[J]. *物理学报*, 2009, **58**(7): 5051-5056.
- [5] 张新辉. GaAs/Ge 太阳电池抗电子辐射研究[J]. *电源技术*, 2004, **28**(1): 17-21.
- [6] 魏强, 刘海, 何世禹, 等. 空间带电粒子辐照效应的地面加速试验研究[J]. *航天返回与遥感*, 2005, **26**(2): 46-49, 60.
- [7] 杨林华, 范宁. 太阳电池紫外加速寿命试验技术研究[J]. *光学技术*, 2007, **33**(1): 89-91, 94.

- [8] Escobar L A, Meeker W Q. A review of accelerated test models [J]. *Statist. Sci.*, 2006, **21**(4): 552–577.
- [9] Caesarendra W, Widodo A, Thom P H, et al. Combined probability approach and indirect data-driven method for bearing degradation prognostics [J]. *IEEE Trans. Reliab.*, 2011, **60**(1): 14–20.
- [10] Zhang H R, Chen Y X, Lin F C. Outlier test and analysis method of degradation data under unequal error variances [C] // *Proceedings of the IEEE 2012 Prognostics and System Health Management Conference (PHM-2012 Beijing)*. 2012: 1–4.
- [11] 徐兴忠, 李国英. 枢轴分布族中的 Fiducial 推断 [J]. 中国科学 (A 辑: 数学), 2006, **36**(3): 340–360.
- [12] 薄兰邵. 对数正态分布截尾数据的可靠性评定 [J]. 质量与可靠性, 1988, **2**: 13–16, 28.

Heteroscedastic Linear Model Based Reliability Evaluation for Solar Cell Degradation Testing

SHENG ZhiDong

(School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei, 230026, China)

YU Dan

(Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100080, China)

(School of Mathematical Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100049, China)

Abstract: Solar cell is the basic component of satellite photovoltaic panels with complicated redundant system structure. Its reliability plays an important role in the system, and its performance shows a degradation trend over time. In this paper, study is conducted for the solar cell degradation modeling and reliability analysis based on practical testing results. Specifically, we illustrate an accelerated test for the attenuation ratio character test under different accumulative irradiation levels, focusing on the heteroscedasticity of the collected testing data. A heteroscedastic linear model is proposed, and the life distribution of the photovoltaic panel is obtained by using Fiducial method. A numerical example is shown for the purpose of illustration.

Keywords: accelerated test; heteroscedastic; solar cell

2010 Mathematics Subject Classification: 62N05