应用概率统计　第二十三卷
第三期　2007 年 8 月

Chinese Journal of Applied Probability
and Statistics Vol. 23 No. 3 Aug. 2007

含有正、负风险和风险过程的破产概率 *

郁方明　　王过京
(苏州大学数学系, 苏州, 215006)

摘　要

本文考虑含正风险和与负风险和风险过程的破产问题, 给出该风险过程的破产概率所满足的积分 - 微分方程和指数不等式, 研究正风险和类与负风险和类之间的相关性对破产概率的影响, 并对具体实例给出数值比较结果.

关 键 词: 正、负风险和, 破产概率, Lundberg 指数.
学 科 分 类 号: ????.??.(补中图分类号)

§1. 引　　言

给定完备概率空间 $(\Omega, \Im, \mathsf{P})$, 以下所遇随机变量及随机过程均定义在该空间上. 正风险和风险过程 (即经典风险过程) $R_1(t)$ 定义为

$$R_1(t) = u_1 + c_1 t - S_1(t) = u_1 + c_1 t - \sum_{k=1}^{N_1(t)} Z_k^{(1)}, \tag{1.1}$$

其中 $u_1 \geq 0$ 表示正风险和保险类的初始金额, $c_1 > 0$ 为常数, 表示保费收入率, $\{S_1(t), t \geq 0\}$ 是参数为 λ_1, 分布为 F_1 且 $F_1(0) = 0$ 的复合泊松过程, $N_1(t)$ 表示正风险和类中在区间 $(0, t]$ 中理赔发生的次数, $Z_k^{(1)}$ 表示正风险和类中第 k 次的理赔量.

负风险和风险过程 $R_2(t)$ 定义为 (参见 Grandell (1991))

$$R_2(t) = u_2 + c_2 t - S_2(t) = u_2 + c_2 t - \sum_{k=1}^{N_2(t)} Z_k^{(2)}, \tag{1.2}$$

其中 u_2 表示负风险和保险类的初始金额, $-c_2 > 0$ 表示保险公司支付给投保人的固定年金率, $\{S_2(t), t \geq 0\}$ 是参数为 λ_2, 分布为 F_2 且 $F_2(0) = 1$ 的复合泊松过程, $N_2(t)$ 表示负风险和类中在区间 $(0, t]$ 中 "理赔" 发生的次数, 而 $Z_k^{(2)}$ 表示负风险和类中第 k 次的 "理赔" 量 (对保险公司而言, 这里 "理赔" 实为收入, 因当投保人死亡 (即 "理赔" 发生) 时, 保险公司将从投保人那里收到一笔与 "期望抚恤金" 相当的资金).

考虑一个含有这两类保险的保险公司的盈余过程 $R(t)$, 则

$$R(t) = R_1(t) + R_2(t) = u + ct - S(t), \tag{1.3}$$

* 国家自然科学基金资助项目 (No. 10571132).
本文 2005 年 3 月 15 日收到, 2006 年 7 月 28 日收到修改稿.

其中 $u=u_1+u_2$, $c=c_1+c_2$, $S(t)=S_1(t)+S_2(t)$, $R(t)$ 是含两个正、负风险和类模型的和的风险过程.

风险过程 (1.3) 有其实际背景. 典型的负风险和过程 (1.2) 是寿险年金保险. 一个较大的寿险保险公司除了寿险年金保险外, 常常还有像人身意外伤害保险等这样的险种, 而后者的风险模型可由正风险和过程 (1.1) 描述.

风险过程 (1.3) 的破产时刻定义为 $T_u=\inf\{t\geq 0; R_t<0\}$. 若对所有 $t\geq 0$ 有 $R_t\geq 0$, 则定义 $T_u=\infty$. 破产概率 $\Psi(u)$ 定义为 $\Psi(u)=\mathsf{P}(T_u<\infty)=\mathsf{P}\Big(\inf\limits_{t\geq 0}R(t)<0\Big)$, 生存概率 $\Phi(u)$ 定义为 $\Phi(u)=1-\Psi(u)=\mathsf{P}\Big(\inf\limits_{t\geq 0}R(t)\geq 0\Big)$, 记 F_1 的均值为 μ_1, F_2 均值为 μ_2, 为避免平凡情形, 本文始终假设 $c-(\mu_1\lambda_1+\mu_2\lambda_2)>0$.

本文第二节给出生存概率 $\Phi(u)$ 满足的积分 – 微分方程, 第三节用典型鞅方法给出破产概率 $\Psi(u)$ 满足的 Lundberg 不等式, 第四节讨论两个含相关正、负风险和模型的破产概率, 研究相关性对破产概率的影响, 并对具体实例给出数值比较.

§2. 积分 – 微分方程

为讨论简单起见且不失一般性, 本节及下一节假设两个复合泊松过程 $\{S_1(t),t\geq 0\}$ 和 $\{S_2(t),t\geq 0\}$ 独立, 这意味着 $\{S(t),t\geq 0\}$ 是参数为 $\lambda=\lambda_1+\lambda_2$, 分布为 $F(z)=(1/\lambda)\cdot[\lambda_1F_1(z)+\lambda_2F_2(z)]$, $-\infty<z<\infty$ 的复合泊松过程. 故 $R(t)$ 是右连续 Levy 过程, 具有齐次强马尔可夫性. 为方便起见, 把 $S(t)$ 表示为

$$S(t)=\sum_{k=1}^{N(t)}Z_k,\qquad t\geq 0,\tag{2.1}$$

即 $\{N(t),t\geq 0\}$ 是参数为 $\lambda=\lambda_1+\lambda_2$ 的复合泊松过程, 而 $\{Z_k,k\geq 1\}$ 为 i.i.d. 序列, 共同分布为 F, 且 $\{N(t),t\geq 0\}$ 与 $\{Z_k,k\geq 1\}$ 独立. 显然 $c=c_1+c_2$ 的值可正可负, 而 c 的正负性将影响到本节的讨论.

(1) $c>0$ 的情形

令 $u\geq 0$, $N(t)$ 的跳时间序列记为 τ_k, $k\geq 1$, 则 τ_1 是参数为 λ 的指数随机变量. 因在 $(0,\tau_1)$ 内 $R(t)>0$, 即在 $(0,\tau_1)$ 内破产不会发生, 利用 Doob 停时定理和 $R(t)$ 的齐次强马氏性, 仿 Wang 和 Wu (2000) 中 (2.6) 式的证明可得

$$\Phi(u)=\mathsf{E}[\Phi(R(\tau_1))].\tag{2.2}$$

由 (2.2) 式得

$$\Phi(u)=\lambda\int_0^{+\infty}\exp\{-\lambda s\}\mathrm{d}s\int_{-\infty}^{u+cs}\Phi(u+cs-z)\mathrm{d}F(z).\tag{2.3}$$

令 $x=u+cs$, 由 (2.3) 式得

$$\begin{aligned}\Phi(u)&=\frac{\lambda}{c}\exp\{\lambda u/c\}\int_u^{+\infty}\exp\{-\lambda x/c\}\mathrm{d}x\int_{-\infty}^{x}\Phi(x-z)\mathrm{d}F(z)\\&=\frac{1}{c}\exp\{\lambda u/c\}\int_u^{+\infty}\exp\{-\lambda x/c\}\mathrm{d}x\Big[\lambda_1\int_0^{x}\Phi(x-z)\mathrm{d}F_1(z)+\lambda_2\int_{-\infty}^{0}\Phi(x-z)\mathrm{d}F_2(z)\Big].\end{aligned}\tag{2.4}$$

利用 (2.4) 可证

定理 2.1　令 $u \geq 0$, F_1 在 $[0,\infty)$ 上、 F_2 在 $(-\infty,0]$ 上有连续密度函数，则 $\Phi(u)$ 在 $[0,\infty)$ 上连续可微分.

在 (2.4) 两端对 u 求微分可得

定理 2.2　令 $u \geq 0$, F_1, F_2 有连续密度函数，则 $\Phi(u)$ 满足如下积分 – 微分方程

$$\begin{aligned}\Phi'(u) &= \frac{\lambda}{c}\Phi(u) - \frac{\lambda}{c}\int_{-\infty}^{u}\Phi(u-z)\mathrm{d}F(z) \\ &= \frac{\lambda_1+\lambda_2}{c}\Phi(u) - \frac{\lambda_1}{c}\int_0^u \Phi(u-z)\mathrm{d}F_1(z) - \frac{\lambda_2}{c}\int_{-\infty}^{0}\Phi(u-z)\mathrm{d}F_2(z).\end{aligned} \tag{2.5}$$

(2)　$c<0$ 的情形

令 $t_0 = -u/c$, $T = t_0 \wedge \tau_1$, 显然在 $(0,T)$ 内 $R(t)>0$, 即破产不会发生. 又 $T \leq t_0$ 为有界停时，与 (2.2) 类似有

$$\Phi(u) = \mathsf{E}[\Phi(R(T))]. \tag{2.6}$$

由 (2.6) 得

$$\begin{aligned}\Phi(u) &= \exp\{\lambda u/c\}\Phi(0) + \lambda_1\int_0^{-u/c}\exp\{-(\lambda_1+\lambda_2)s\}\mathrm{d}s\int_0^{u+cs}\Phi(u+cs-z)\mathrm{d}F_1(z) \\ &\quad +\lambda_2\int_0^{-u/c}\exp\{-(\lambda_1+\lambda_2)s\}\mathrm{d}s\int_{-\infty}^{0}\Phi(u+cs-z)\mathrm{d}F_2(z).\end{aligned} \tag{2.7}$$

令 $x = u+cs$, 由 (2.7) 式得

$$\begin{aligned}\Phi(u) &= \exp\{\lambda u/c\}\Phi(0) + \frac{\lambda_1}{c}\exp\{\lambda u/c\}\int_u^{+\infty}\exp\{-\lambda x/c\}\mathrm{d}x\int_0^x\Phi(x-z)\mathrm{d}F_1(z) \\ &\quad +\frac{\lambda_2}{c}\exp\{\lambda u/c\}\int_u^{+\infty}\exp\{-\lambda x/c\}\mathrm{d}x\int_{-\infty}^{0}\Phi(x-z)\mathrm{d}F_2(z).\end{aligned} \tag{2.8}$$

由 (2.8) 式可验证

定理 2.3　令 $u \geq 0$, F_1 在 $[0,\infty)$ 上、 F_2 在 $(-\infty,0]$ 上有连续密度函数，则 $\Phi(u)$ 在 $[0,\infty)$ 上连续可微分.

在 (2.8) 两端对 u 求微分可得

定理 2.4　在定理 2.3 的条件下， $\Phi(u)$ 满足如下积分 – 微分方程

$$\Phi'(u) = \frac{\lambda_1+\lambda_2}{c}\Phi(u) - \frac{\lambda_1}{c}\int_0^u\Phi(u-z)\mathrm{d}F_1(z) - \frac{\lambda_2}{c}\int_{-\infty}^{0}\Phi(u-z)\mathrm{d}F_2(z). \tag{2.9}$$

由定理 2.2 和定理 2.4 看出，不论 c 的正负性如何， $\Phi(u)$ 都满足同一积分 – 微分方程. 但由定理 2.1 和定理 2.3 可以看出， c 的正负性不同，则 $\Phi(u)$ 所满足的积分方程也不同.

§ 3.　Lundberg 不等式

假设存在 r_∞, 使得 $r \uparrow r_\infty$ 时， $M_1(r) = \mathsf{E}[\exp\{rZ_1^{(1)}\}] \to \infty$, 当 $r < r_\infty$ 时， $M_1(r) < \infty$. 允许 $r_\infty = \infty$. 令

$$X(t) = ct - S(t), \qquad t \geq 0. \tag{3.1}$$

对 $r_\infty < \infty$, 计算可得

$$\mathsf{E}[\exp\{-rX(t)\}] = \exp\{tg(r)\}, \tag{3.2}$$

其中 $g(r) = \lambda_1 M_1(r) + \lambda_2 M_2(r) - \lambda_1 - \lambda_2 - rc$, $M_2(r) = \mathsf{E}[\exp\{rZ_1^{(2)}\}]$.

令 $\{F_t : t \geq 0\}$ 是 $R(t)$ 的完备化的自然过滤，则由 Protter (1990) 第一章定理 31 知 $\{F_t : t \geq 0\}$ 是右连续的，仿 Grandell (1991) 第 10 页中的证明方法可证下述引理 1.

引理 1 令 $M_u(t) = \exp\{-r(u + X(t))\}/\exp\{tg(r)\}$, $t \geq 0$, 则 $M_u(t)$ 是 F_t - 鞅.

引理 2 $g(r)$ 在 $(0, \infty)$ 内有唯一正根.

证明: 由定义及假设知 $g(r)$ 在 $(-\infty, r_\infty)$ 内有连续二阶导数，易知

$$\begin{aligned}
&g(0) = 0, \\
&\lim_{r \to r_\infty} g(r) = +\infty, \\
&g'(r) = \lambda_1 M_1'(r) + \lambda_2 M_2'(r) - c, \\
&g'(0) = \lambda_1 \mu_1 + \lambda_2 \mu_2 - c < 0, \\
&g''(r) = \lambda_1 \mathsf{E}[(Z_1^{(1)})^2 \exp\{rZ_1^{(1)}\}] + \lambda_2 \mathsf{E}[(Z_1^{(2)})^2 \exp\{rZ_1^{(2)}\}] \geq 0,
\end{aligned}$$

综上知 $g(r)$ 在零点右侧附近小于 0 且在 $(-\infty, r_\infty)$ 上为凸函数，在 r_∞ 左侧附近值大于 0, 故 $g(r)$ 在 $(0, r_\infty)$ 内有唯一正根. #

利用鞅方法，仿 Grandell (1991) 第一章中 (20) 式的证明可得

$$\Psi(u) = \mathsf{P}(T_u < +\infty) \leq \exp\{-ru\} \sup_{t \geq 0} \exp\{tg(r)\}. \tag{3.3}$$

与经典风险理论情形类似, 为使不等式尽可能精确, 在保证 $\sup_{t \geq 0} \exp\{tg(r)\} < \infty$ 的条件下, r 的取值尽可能大，令 R 代表这一值，称 R 为 Lundberg 指数．满足上述条件的 R 显然为方程

$$g(r) = 0 \tag{3.4}$$

的唯一正根．在 (3.3) 中取 $r = R$, 得

$$\Psi(u) \leq \exp\{-Ru\}. \tag{3.5}$$

破产概率 $\Psi(u)$ 满足的指数不等式 (3.5) 称为 Lundberg 不等式.

由于 $c - (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2) > 0$, 由强大数定律可验证

$$R(t) \to \infty, \qquad \mathsf{P} - \text{a.e.} \quad (t_0 \to \infty).$$

由此性质，仿 Grandell (1991) 第一章中 (23) 式的证明可得 $\Psi(u)$ 所满足的解析式

$$\Psi(u) = \mathsf{P}(T_u < +\infty) = \frac{\exp\{-Ru\}}{\mathsf{E}[\exp\{-R(u + X(T_u))\} | T_u < +\infty]}. \tag{3.6}$$

(3.6) 式同样与 Grandell (1991) 第一章中的 (23) 式形式上相同.

§4. 含相关正、负风险和类风险过程的破产概率

近几年在精算文献中，有关含相关保险业务类风险模型的研究是主要课题之一．描述相关类保险业务的一个常用方法是假设每个类中的理赔计数过程含有共同分量．在此假设下构造的过程称为“含共同理赔次数分量”(common shock) 的风险模型．有许多文献研究这种模型的概率性质与破产问题，参见 Ambagaspitiya (1998, 1999, 2003), Cossette 和 Marceau (2000) 和 Yuen 等 (2001).

以往研究的相关类模型涉及只含相关正风险和类模型 (参见上述文献) 或只含相关负风险和类模型 (参见董迎辉和王过京 (2004))．事实上，这种相关性可推广到含正、负风险和类风险模型 (例如模型 (1.3))．下面引入本节要考虑的含两个相关正、负风险和类的相关风险过程．

设 $N_{1d}(t)=N_{11}(t)+N_{12}(t)$, $N_{2d}(t)=N_{22}(t)+N_{12}(t)$, 其中 $N_{11}(t), N_{22}(t)$ 和 $N_{12}(t)$ 是独立的泊松过程，参数分别为 λ_{11}, λ_{22} 和 λ_{12}. 令

$$S_{id}(t)=\sum_{k=1}^{N_{id}(t)} Z_k^{(i)}, \qquad t\geq 0,\ i=1,2, \tag{4.1}$$

$$R_{id}(t)=u_i+c_it-S_{id}(t), \qquad t\geq 0,\ i=1,2, \tag{4.2}$$

$$R_d(t)=R_{1d}(t)+R_{2d}(t)=u+ct-S_d(t), \qquad t\geq 0, \tag{4.3}$$

其中

$$S_d(t)=S_{1d}(t)+S_{2d}(t), \qquad t\geq 0. \tag{4.4}$$

由于 N_{1d} 和 N_{2d} 中有共同的分量 N_{12}, 故 R_{1d} 和 R_{2d} 相关，即 $R_d(t)$ 是含两个相关的正、负风险和风险过程．模型 (4.3) 有其实际背景，例如投保人可能同时持有寿险年金保险和意外伤害险，若一次汽车事故导致该投保人受伤死亡，则可能在 R_{1d} 与 R_{2d} 中同时有理赔发生．

本节研究 (4.3) 中类之间的相关性对过程 $R_d(t)$ 的破产概率的影响，主要比较 $R_d(t)$ 与 (1.3) 中 $R(t)$ 的 Lundberg 指数的大小关系．

仿 Cossette 和 Marceau (2000) 的证明方法可验证 $S_d(t)$ 的矩母函数为

$$\begin{aligned} M_{S_d}(r) &= \exp\{\lambda_d t[(\lambda_{11}M_1(r)+\lambda_{22}M_2(r)+\lambda_{12}M_1(r)M_2(r))/\lambda_d-1]\} \\ &= \exp\{\lambda_d t[M_{F_d}(r)-1]\}, \end{aligned} \tag{4.5}$$

其中 $\lambda_d=\lambda_{11}+\lambda_{22}+\lambda_{12}$, 而 $M_{F_d}(r)$ 是分布函数

$$F_d(z)=\frac{1}{\lambda_d}[\lambda_{11}F_1(z)+\lambda_{22}F_2(z)+\lambda_{12}F_1*F_2(z)], \qquad -\infty<z<\infty \tag{4.6}$$

的矩母函数，故 $S_d(t)$ 是参数为 λ_d, 分布函数为 F_d 的复合泊松过程．

风险过程 $R_d(t)$ 的破产概率记为 $\Psi_d(u)$, 令 $u\geq 0$, 则与 (3.5) 类似有

$$\Psi_d(u)\leq \exp\{-R_d u\}, \tag{4.7}$$

其中 R_d 是下述方程

$$g_d(r)=\lambda_d M_{F_d}(r)-\lambda_d-cr=0 \tag{4.8}$$

的唯一正根，称为 Lundberg 指数.

为得到合理的比较结果，仿 Yuen 等 (2001) 和董迎辉和王过京 (2004), 假设 $R(t)$ 与 $R_d(t)$ 有相同的期望损失，即应假设 $\lambda_1=\lambda_{11}+\lambda_{12}$，$\lambda_2=\lambda_{22}+\lambda_{12}$. 在此条件下，有

定理 4.1 设 $u\geq 0$, $c-(\lambda_1 u_1+\lambda_2 u_2)$, 则 $R<R_d$.

证明: 在定理条件下， R 是方程

$$g(r)=(\lambda_{11}+\lambda_{12})M_1(r)+(\lambda_{22}+\lambda_{12})M_2(r)-\lambda_{11}-\lambda_{22}-2\lambda_{12}-cr=0 \tag{4.9}$$

的唯一正根，而 R_d 是方程 (4.8) 的唯一正根，计算可得

$$\begin{aligned} g(r)-g_d(r) &= \lambda_{12}(M_1(r)+M_2(r)-M_1(r)M_2(r)-1) \\ &= -\lambda_{12}(M_1(r)-1)(M_2(r)-1) \\ &> 0. \end{aligned}$$

故 $g(r)$ 在 $g_d(r)$ 之前与 x 轴相遇，故 $R<R_d$. #

直观上，定理的结论表明相关正、负风险和模型的和的 Lundberg 指数大于二者独立时相应模型的 Lundberg 指数，这与文献中相关正风险和 (或负风险和) 模型的 Lundberg 指数与它们独立时相应模型的 Lundberg 指数的大小关系正好相反. 这是可以理解的，因为 (4.3) 中的相关性虽然使 R_{1d} 中的风险增大，但却使 R_{2d} 中风险降低，故定理 4.1 中的结论是合理的.

例 1 设 $F_1(z)=1-e^{-0.5z}$, $z\geq 0$, $F_2(z)=e^z$, $z\leq 0$, $\lambda_{11}=2$, $\lambda_{22}=3$, $\lambda_{12}=2$, 则 $\lambda_1=4$, $\lambda_2=5$, $\mu_1=2$, $\mu_2=-1$, $\Delta=\lambda_1\mu_1+\lambda_2\mu_2=3$, 为使 $c-\Delta>0$, 不妨取 $c=4$. 此时方程 (4.9) 化为

$$\frac{2}{1-r}+\frac{5}{1+r}-9-4r=0,$$

其唯一正根 $R_d=0.0447$. 方程 (4.8) 化为

$$\frac{1}{0.5-r}+\frac{3}{1+r}+\frac{1}{0.5-r}\cdot\frac{1}{1+r}-7-4r=0,$$

其唯一正根 $R_d=0.0542$. 显然有 $R<R_d$.

例 2 设 $F_1(z)=1-e^{-z}$, $z\geq 0$, $F_2(z)=e^{0.5z}$, $z\leq 0$, $\lambda_{11}=2$, $\lambda_{22}=3$, $\lambda_{12}=2$, 则 $\lambda_1=4$, $\lambda_2=5$, $\mu_1=1$, $\mu_2=-2$, $\Delta=-6$, 为使 $c-\Delta>0$, 不妨取 $c=-4$. 此时方程 (4.9) 化为

$$\frac{4}{1-r}+\frac{2.5}{0.5+r}-9+4r=0,$$

其唯一正根 $R_d=0.0941$. 方程 (4.8) 化为

$$\frac{2}{1-r}+\frac{1.5}{1+r}+\frac{1}{1-r}\cdot\frac{1}{0.5+r}-7+4r=0,$$

其唯一正根 $R_d=0.1172$. 同样有 $R<R_d$.

设 $B=\exp\{-Ru\}$, $B_d=\exp\{-R_d u\}$, 则 B 和 B_d 分别是独立和相关时相应风险模型的破产概率上界. 代入例 1 中的数据，得相应模型的破产概率上界的数值如下表所示:

u	B	B_d	B_d/B
1	0.9563	0.9472	0.9905
3	0.8744	0.8498	0.9719
5	0.7996	0.7624	0.9535
10	0.6395	0.5816	0.9095
15	0.5115	0.4435	0.8671
20	0.4090	0.3382	0.8269
30	0.2616	0.1967	0.7519
40	0.1673	0.1144	0.6838

从上表最后一列可看出，随着初始盈余的增大，相关时风险过程的破产概率上界与独立时风险过程的破产概率上界的比值呈递减趋势．这在一定程度上表明随着初始盈余的增大，类之间的相关性对破产概率的影响会降低．

参 考 文 献

[1] Grandell, J., *Aspects of Risk Theory*, Springer-Verlag, New York, 1991.

[2] Cossette, H. and Marceau, E., The discrete-time risk model with correlated classes of business, *Insurance: Mathematics and Economics*, **26**(2000), 133–149.

[3] Philip Protter, *Stochastic integration and differential equations*, Springer-Verlag, New York, 1990.

[4] Ambagaspitiya, R.S., On the distribution of a sum of correlated aggregate claims, *Insurance: Mathematics and Economics*, **23**(1998), 15–19.

[5] Ambagaspitiya, R.S., On the distribution of two classes of correlated aggregate claims, *Insurance: Mathematics and Economics*, **24**(1999), 301–308.

[6] Ambagaspitiya, R.S., Aggregate survival probability of a portfolio with dependent subportfolios, *Insurance: Mathematics and Economics*, **32**(2003), 431–443.

[7] Yuen, K.C., Guo, J.Y., Wu X.Y., On a correlated aggregate claims model with Poisson and Erlang risk processes, *Insurance: Mathematics and Economics*, **31**(2002), 205–214.

[8] Wang, G., Wu, R., Some distributions for classical risk process that is perturbed by diffusion, *Insurance: Mathematics and Economics*, **26**(2000), 15–24.

[9] 董迎辉，王过京，相关负风险和模型的破产概率， 应用概率统计，**20(3)**(2004), 301–306.

Ruin Probability for a Risk Process with Positive and Negative Risk Sums

Yu Fangming Wang Guojing

(*Department of Mathematics, Suzhou University, Suzhou, 215006*)

In this paper, we consider a risk process with positive and negative risk sums. We derive the integral-differential equation for the ruin probability. We obtain the exponential inequality for the ruin probability. We study how the dependence between the two classes of insurance business impacts on the ruin probability. Finally we give two examples to show the numerical results.