应用概率统计 第二十六卷
第一期 2010年2月

Chinese Journal of Applied Probability
and Statistics Vol.26 No.1 Feb. 2010

双参数指数分布参数比率统计推断的研究 *

李建波
(香港中文大学统计系, 香港)

张日权⋆
(华东师范大学金融与统计学院, 上海, 200241; 山西大同大学数学系, 大同, 037009)

摘 要

本文在产品寿命服从双参数指数分布的无替换定数截尾寿命试验场合下, 提出了两独立产品平均寿命比率的两个估计量, 并研究了这两个比率估计量的渐近正态性和置信区间. 然后通过数据模拟, 进一步验证了所提出比率估计量的有效性.

关键词: 比率, 平均寿命, 双参数指数分布.

学科分类号: O211.3.

§1. 前 言

在当今社会, 产品质量是一个企业的生命力, 产品质量的优劣直接影响其在市场中的竞争优势. 而产品寿命是产品质量的重要评价指标, 所以某产品寿命与其升级前或其他同类产品寿命相比, 是否具有相对优势, 成为该产品质量能否达标的关键. 因此两种产品平均寿命比率的估计就成为急须解决的问题. 双参数指数分布是产品寿命的一个常见分布, 当产品寿命服从双参数指数分布EXP(θ,γ)时, 其平均寿命为$\theta+\gamma$, 从而两产品的平均寿命的比率就是他们各自分布参数和的比率. 本文主要研究了两独立产品平均寿命比率估计问题, 提出了两个较有效的比率估计量并推导出了它们的渐近正态性和置信区间. 然而两比率估计量不服从常见分布, 它们的期望和方差的计算及其有效性的检验就变的非常复杂, 于是通过蒙特卡罗计算机随机数值模拟方法对两比率估计量做了进一步有效分析[1]. 比率的估计问题源于抽样调查[2], 本文把比率的概念应用于寿命服从双参数指数分布无替换定数截尾寿命试验中的平均寿命比率的估计问题. 为此引入以下概念:

定义 1.1 设$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$为来自总体$(X,Y)$容量为$n$的样本, 定义两总体$X,Y$均值的比率$R=\mathsf{E}Y/\mathsf{E}X$的估计量为

$$\widehat{R}=\frac{\overline{Y}(y_1,y_2,\cdots,y_n)}{\overline{X}(x_1,x_2,\cdots,x_n)}, \tag{1.1}$$

*本课题得到国家自然科学基金(10871072)、教育部博士点基金(20090076110001)和山西省自然科学基金(2007011014)资助.

⋆通讯作者, E-mail: zhangriquan@163.com.

本文2007年10月22日收到, 2008年6月17日收到修改稿.

其中$\overline{X}(x_1,x_2,\cdots,x_n),\overline{Y}(y_1,y_2,\cdots,y_n)$分别表示$X,Y$的均值估计函数.

显然当$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$为简单随机样本时, 两总体的均值估计量可表示为

$$\overline{X}(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\overline{x},\qquad \overline{Y}(y_1,y_2,\cdots,y_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i=\overline{y}.$$

从而两总体均值的比率估计量为

$$\widehat{R}=\Big(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i\Big)\Big/\Big(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\Big)=\frac{\overline{y}}{\overline{x}}.\tag{1.2}$$

这是抽样调查中最常用的估计.

§2. 平均寿命比率的统计推断

解决两独立产品平均寿命比率的估计问题, 首先要解决产品的平均寿命的估计问题, 关于这方面的研究已有很多, 例如[3]中的Bayes方法, 本文主要利用极大似然估计方法. 设$x_1,x_2,\cdots,x_n$为来自总体EXP(θ,γ)容量为n的一个样本, 则在无替换定数截尾寿命试验中得到的数据为来自该样本的前r个次序统计量, 记为$\gamma\le x_{(1)}\le x_{(2)}\le\cdots\le x_{(r)}$, $r\le n$. 为讨论平均寿命比率估计量的统计推断问题引入以下引理:

引理 2.1 设$x_{(1)},x_{(2)},\cdots,x_{(r)}$为来自EXP$(\theta,\gamma)$的样本容量为$n$的前$r$个次序统计量, 则:

1) $\widehat{\theta}=(T_r-nx_{(1)})/(r-1)$, $\widehat{\gamma}=x_{(1)}-\widehat{\theta}/n$分别为$\theta,\gamma$的一致最小方差无偏估计, 并且

$$\mathsf{Var}\,(\widehat{\theta})=\frac{\theta^2}{r-1},\qquad \mathsf{Var}\,(\widehat{\gamma})=\frac{\gamma^2\theta^2}{n^2(r-1)},\qquad \mathsf{Cov}\,(\widehat{\theta},\widehat{\gamma})=-\frac{\theta^2}{n(r-1)};$$

2) $x_{(1)}$服从EXP$(\theta/n,\gamma)$;

3) $2(r-1)\widehat{\theta}/\theta$服从$\chi^2(2(r-1))$.

其中$T_r=\sum\limits_{i=1}^{r}x_{(i)}+(n-r)x_{(r)}$为试验总时间.

证明略.

设$x_{(1)},x_{(2)},\cdots,x_{(r)},y_{(1)},y_{(2)},\cdots,y_{(r)}$分别为来自服从EXP$(\theta_1,\gamma_1)$和EXP$(\theta_2,\gamma_2)$两独立总体$X,Y$的样本容量为$n$的前$r$个次序统计量, 则由引理2.1可知$\theta_1,\gamma_1,\theta_2,\gamma_2$的一致最小方差无偏估计分别是

$$\widehat{\theta}_1=\frac{T_{xr}-nx_{(1)}}{r-1},\qquad \widehat{\gamma}_1=x_{(1)}-\frac{\widehat{\theta}_1}{n},\qquad \widehat{\theta}_2=\frac{T_{yr}-ny_{(1)}}{r-1},\qquad \widehat{\gamma}_2=y_{(1)}-\frac{\widehat{\theta}_2}{n},\tag{2.1}$$

其中$T_{xr}=\sum\limits_{i=1}^{r}x_{(i)}+(n-r)x_{(r)}$, $T_{yr}=\sum\limits_{i=1}^{r}y_{(i)}+(n-r)y_{(r)}$分别为两总体$X,Y$无替换定数截尾寿命试验的总时间, 并且

$$\widehat{\theta}_1\xrightarrow{\text{P}}\theta_1,\qquad \widehat{\gamma}_1\xrightarrow{\text{P}}\gamma_1,\qquad \widehat{\theta}_2\xrightarrow{\text{P}}\theta_2,\qquad \widehat{\gamma}_2\xrightarrow{\text{P}}\gamma_2,\qquad r\longrightarrow\infty.\tag{2.2}$$

$$\mathsf{E}X = \theta_1 + \gamma_1, \qquad \mathsf{E}Y = \theta_2 + \gamma_2. \tag{2.3}$$

由定义1.1自然可以用

$$\widehat{R} = \frac{\widehat{\theta}_2 + \widehat{\gamma}_2}{\widehat{\theta}_1 + \widehat{\gamma}_1} \tag{2.4}$$

估计两总体X, Y的平均寿命比率$R = \mathsf{E}Y/\mathsf{E}X = (\theta_2+\gamma_2)/(\theta_1+\gamma_1)$. 并且由(2.2)可知

$$\widehat{R} \xrightarrow{\mathrm{P}} R, \qquad r \longrightarrow \infty. \tag{2.5}$$

因此$\widehat{R}$是R的相合估计, 从而用$\widehat{R}$估计R是可用的.

由第三节数值模拟结果发现, 在截尾数较小时$\widehat{R}$的偏倚较大, 为了减小该估计量的偏倚也可以用以下修正估计量估计R:

$$\widetilde{R} = \frac{r-3}{r-2}\widehat{R}. \tag{2.6}$$

下边研究估计量$\widehat{R}$的渐近正态性和大截尾数下的区间估计问题:

定理 2.1 设$x_{(1)}, x_{(2)}, \cdots, x_{(r)}, y_{(1)}, y_{(2)}, \cdots, y_{(r)}$分别为来自服从$\mathrm{EXP}(\theta_1,\gamma_1)$和$\mathrm{EXP}(\theta_2,\gamma_2)$两独立总体$X, Y$的样本容量为$n$的前$r$个次序统计量, $T_{xr} = \sum\limits_{i=1}^{r} x_{(i)} + (n-r)x_{(r)}$, $T_{yr} = \sum\limits_{i=1}^{r} y_{(i)} + (n-r)y_{(r)}$, $\widehat{\theta}_1 = (T_{xr} - nx_{(1)})/(r-1)$, $\widehat{\gamma}_1 = x_{(1)} - \widehat{\theta}_1/n$, $\widehat{\theta}_2 = (T_{yr} - ny_{(1)})/(r-1)$, $\widehat{\gamma}_2 = y_{(1)} - \widehat{\theta}_2/n$, $\widehat{R} = (\widehat{\theta}_2+\widehat{\gamma}_2)/\widehat{\theta}_1+\widehat{\gamma}_1)$, $R = \mathsf{E}Y/\mathsf{E}X = (\theta_2+\gamma_2)/(\theta_1+\gamma_1)$, 则

$$\sqrt{r-1}\Big(1+\frac{\gamma_2}{\theta_2}\Big)\Big(\frac{\widehat{R}}{R}-1\Big) \xrightarrow{\mathrm{L}} N(0,1). \tag{2.7}$$

证明: 已经知道服从$\chi^2(r)$分布的随机变量可由r个相互独立且服从标准正态分布的随机变量的平方和表示, 又由引理2.1很容易得到

$$\sqrt{r-1}\Big(\frac{\widehat{\theta}_2}{\theta_2}-1\Big) \xrightarrow{\mathrm{L}} N(0,1).$$

而

$$\begin{aligned}
\widehat{R} &= \frac{\widehat{\theta}_2+\widehat{\gamma}_2}{\widehat{\theta}_1+\widehat{\gamma}_1} = \frac{(\widehat{\theta}_2+\widehat{\gamma}_2)/(\theta_2+\gamma_2)}{(\widehat{\theta}_1+\widehat{\gamma}_1)/(\theta_1+\gamma_1)}R \\
&= \frac{\widehat{\theta}_2/(\theta_2+\gamma_2)}{(\widehat{\theta}_1+\widehat{\gamma}_1)/(\theta_1+\gamma_1)}R + \frac{\widehat{\gamma}_2/(\theta_2+\gamma_2)}{(\widehat{\theta}_1+\widehat{\gamma}_1)/(\theta_1+\gamma_1)}R \\
&= \frac{(\widehat{\theta}_2/\theta_2-1)/(1+\gamma_2/\theta_2)}{(\widehat{\theta}_1+\widehat{\gamma}_1)/(\theta_1+\gamma_1)}R + \frac{\widehat{\gamma}_2+\theta_2}{\widehat{\theta}_1+\widehat{\gamma}_1},
\end{aligned}$$

从而

$$\sqrt{r-1}\Big(1+\frac{\gamma_2}{\theta_2}\Big)\Big(\frac{\widehat{R}-(\theta_2+\widehat{\gamma}_2)/(\widehat{\theta}_1+\widehat{\gamma}_1)}{R}\Big) = \sqrt{r-1}\frac{\widehat{\theta}_2/\theta_2-1}{(\widehat{\theta}_1+\widehat{\gamma}_1)/(\theta_1+\gamma_1)}.$$

又

$$\frac{\widehat{\theta}_1+\widehat{\gamma}_1}{\theta_1+\gamma_1}\xrightarrow{\text{P}}1,\qquad r\longrightarrow\infty,$$

于是

$$\sqrt{r-1}\Big(1+\frac{\gamma_2}{\theta_2}\Big)\Big(\frac{\widehat{R}-(\theta_2+\widehat{\gamma}_2)/(\widehat{\theta}_1+\widehat{\gamma}_1)}{R}\Big)\xrightarrow{\text{L}}N(0,1).$$

而由(2.2)可知

$$\frac{\theta_2+\widehat{\gamma}_2}{\widehat{\theta}_1+\widehat{\gamma}_1}\xrightarrow{\text{P}}R.$$

从而定理得证. □

注意到

$$\frac{r-3}{r-2}\longrightarrow 1,$$

从而也有

$$\sqrt{r-1}\Big(1+\frac{\gamma_2}{\theta_2}\Big)\Big(\frac{\widetilde{R}}{R}-1\Big)\xrightarrow{\text{L}}N(0,1).\tag{2.8}$$

由于(2.7), (2.8)中含有未知参数θ_2,γ_2, 从而为由(2.7)或(2.8)得到R的置信水平为$1-\alpha$的渐近置信区间, 本文用其相关的无偏估计来代替未知参数.

由$y_{(1)}$与$\widehat{\theta}_2$相互独立可得

$$\begin{aligned}
\mathsf{E}\Big(\frac{\widehat{\gamma}_2}{\widehat{\theta}_2}\Big) &= \mathsf{E}\Big(\frac{y_{(1)}}{\widehat{\theta}_2}-\frac{1}{n}\Big)=\mathsf{E}(y_{(1)})\mathsf{E}\Big(\frac{1}{\widehat{\theta}_2}\Big)-\frac{1}{n}\\
&= \frac{2(r-1)}{\theta_2}\Big(\frac{\theta_2}{n}+\gamma_2\Big)\mathsf{E}\Big(\frac{1}{2(r-1)\widehat{\theta}_2/\theta_2}\Big)-\frac{1}{n}\\
&= \frac{2(r-1)}{\theta_2}\Big(\frac{\theta_2}{n}+\gamma_2\Big)\frac{1}{2(r-2)}-\frac{1}{n}\\
&= \frac{(r-1)\gamma_2}{(r-2)\theta_2}+\frac{1}{n(r-2)},
\end{aligned}$$

所以$[(r-2)/(r-1)]\cdot\{\widehat{\gamma}_2/\widehat{\theta}_2-1/[n(r-2)]\}$是$\gamma_2/\theta_2$的无偏估计, 从而很容易得到$R$的置信水平为$1-\alpha$的渐近置信区间.

定理 2.2 设$x_{(1)}, x_{(2)},\cdots,x_{(r)}$, $y_{(1)}, y_{(2)},\cdots,y_{(r)}$分别为来自服从$\text{EXP}(\theta_1,\gamma_1)$和$\text{EXP}(\theta_2,\gamma_2)$两独立总体$X,Y$的样本容量为$n$的前$r$个次序统计量, $T_{xr}=\sum\limits_{i=1}^{r}x_{(i)}+(n-r)x_{(r)}$, $T_{yr}=\sum\limits_{i=1}^{r}y_{(i)}+(n-r)y_{(r)}$, $\widehat{\theta}_1=(T_{xr}-nx_{(1)})/(r-1)$, $\widehat{\gamma}_1=x_{(1)}-\widehat{\theta}_1/n$, $\widehat{\theta}_2=(T_{yr}-ny_{(1)})/(r-1)$, $\widehat{\gamma}_2=y_{(1)}-\widehat{\theta}_2/n$, $\widehat{R}=(\widehat{\theta}_2+\widehat{\gamma}_2)/(\widehat{\theta}_1+\widehat{\gamma}_1$, $R=\mathsf{E}Y/\mathsf{E}X=(\theta_2+\gamma_2)/(\theta_1+\gamma_1)$, 则$R$的置信水平为$1-\alpha$的渐近置信区间为

$$\left[\frac{\widehat{R}}{1+U_{1-\alpha/2}\Big/\Big[\dfrac{r-2}{\sqrt{r-1}}\Big(\dfrac{\widehat{\gamma}_2}{\widehat{\theta}_2}-\dfrac{1}{n(r-2)}\Big)\Big]},\frac{\widehat{R}}{1+U_{\alpha/2}\Big/\Big[\dfrac{r-2}{\sqrt{r-1}}\Big(\dfrac{\widehat{\gamma}_2}{\widehat{\theta}_2}-\dfrac{1}{n(r-2)}\Big)\Big]}\right]\tag{2.9}$$

或

$$\left[\frac{\widetilde{R}}{1+U_{1-\alpha/2}\Big/\Big[\frac{r-2}{\sqrt{r-1}}\Big(\frac{\widehat{\gamma}_2}{\widehat{\theta}_2}-\frac{1}{n(r-2)}\Big)\Big]}, \frac{\widetilde{R}}{1+U_{\alpha/2}\Big/\Big[\frac{r-2}{\sqrt{r-1}}\Big(\frac{\widehat{\gamma}_2}{\widehat{\theta}_2}-\frac{1}{n(r-2)}\Big)\Big]}\right]. \quad (2.10)$$

§3.　数值模拟及其分析

对两个相互独立且分别服从EXP(θ_1,γ_1), EXP(θ_2,γ_2)的寿命变量, 取定$\theta_1=10$, $\theta_2=15$, $\gamma_1=\gamma_2=2$, 则平均寿命比率真实值是$R=1.4167$. 数值模拟一万次, 每次模拟500个数据, r分别取$25, 50, 75, \cdots, 450, 475, 500$. 对平均寿命估计量$\widehat{R}$, $\widetilde{R}$分别进行分析. 结果详见表1, 2, 图1, 2, 3, 4, 5, 6. 其中L_1, L_2表示在一万次试验中得到的10000个置信水平为95%的置信区间(2.9), (2.10)包含真值$R=1.4167$的个数.

表1　$\theta_1=10$, $\theta_2=15$, $\gamma_1=\gamma_2=2$情况下一万次数值随机模拟$\widehat{R}$结果

r	25	50	75	100	125	150	175
E$(\widehat{R})$	1.4661	1.4420	1.4339	1.4295	1.4282	1.4262	1.4246
Bias$(\widehat{R})$	0.0495	0.0253	0.0173	0.0129	0.0115	0.0095	0.0079
Var$(\widehat{R})$	0.1366	0.0649	0.0424	0.0310	0.0246	0.0201	0.0177
MSE$(\widehat{R})$	0.1391	0.0656	0.0427	0.0312	0.0247	0.0202	0.0178
L_1	0	0	0	3	20	145	840
r	200	225	250	275	300	325	350
E$(\widehat{R})$	1.4238	1.4236	1.4226	1.4226	1.4223	1.4222	1.4223
Bias$(\widehat{R})$	0.0072	0.0069	0.0060	0.0059	0.0056	0.0055	0.0056
Var$(\widehat{R})$	0.0154	0.0137	0.0123	0.0111	0.0101	0.0093	0.0086
MSE$(\widehat{R})$	0.0155	0.0137	0.0123	0.0111	0.0101	0.0093	0.0087
L_1	2718	5777	8400	9689	9968	9998	10000
r	375	400	425	450	475	500	
E$(\widehat{R})$	1.4220	1.4219	1.4216	1.4216	1.4213	1.4211	
Bias$(\widehat{R})$	0.0053	0.0052	0.0050	0.0050	0.0046	0.0045	
Var$(\widehat{R})$	0.0080	0.0074	0.0070	0.0066	0.0063	0.0060	
MSE$(\widehat{R})$	0.0080	0.0074	0.0070	0.0066	0.0063	0.0060	
L_1	10000	10000	10000	10000	10000	10000	

表2 $\theta_1=10$, $\theta_2=15$, $\gamma_1=\gamma_2=2$情况下一万次数值随机模拟$\widetilde{R}$结果

r	25	50	75	100	125	150	175
$\mathsf{E}(\widetilde{R})$	1.3924	1.4059	1.4082	1.4119	1.4122	1.4135	1.4128
Bias$(\widetilde{R})$	-0.0242	-0.0108	-0.0085	-0.0047	-0.0045	-0.0032	-0.0028
$\mathsf{Var}\,(\widetilde{R})$	0.1207	0.0607	0.0406	0.0304	0.0243	0.0202	0.0171
MSE$(\widetilde{R})$	0.1213	0.0608	0.0406	0.0304	0.0243	0.0202	0.0171
L_2	0	0	1	2	12	145	820
r	200	225	250	275	300	325	350
$\mathsf{E}(\widetilde{R})$	1.4140	1.4143	1.4147	1.4150	1.4153	1.4152	1.5157
Bias$(\widetilde{R})$	-0.0026	-0.0023	-0.0020	-0.0016	-0.0013	-0.0015	-0.0009
$\mathsf{Var}\,(\widetilde{R})$	0.0150	0.0133	0.0119	0.0109	0.0101	0.0092	0.0086
MSE$(\widetilde{R})$	0.0150	0.0133	0.0119	0.0109	0.0101	0.0092	0.0086
L_2	2718	5803	8522	9688	9959	10000	10000
r	375	400	425	450	475	500	
$\mathsf{E}(\widetilde{R})$	1.4155	1.4157	1.4159	1.4158	1.4159	1.4157	
Bias$(\widetilde{R})$	-0.0011	-0.0010	-0.0008	-0.0009	-0.0008	-0.0010	
$\mathsf{Var}\,(\widetilde{R})$	0.0079	0.0074	0.0070	0.0066	0.0062	0.0059	
MSE$(\widetilde{R})$	0.0079	0.0074	0.0070	0.0066	0.0062	0.0059	
L_2	10000	10000	10000	10000	10000	10000	

由表1, 2可看出:

1) 对每一个截尾数r, $\widehat{R}$都比真值大, 估计量的偏倚随截尾数的增大而减少, 并且偏倚的绝对值最大不超过0.05, 当$r\geqslant 150$时, 最大不超过0.01; 对每个截尾数r, $\widetilde{R}$都比真值小, 估计量的偏倚也随截尾数的增大而减少, 并且偏倚的绝对值最大不超过0.025, 当$r\geqslant 100$时, 最大不超过0.005.

2) $\mathsf{Var}\,(\widehat{R})$, $\mathsf{Var}\,(\widetilde{R})$都随截尾数的增大而减小, 并且最大都不超过0.14, 当$r\geqslant 125$时它们都不超过0.03, 当$r\geqslant 325$时, 都不超过0.01; 对于估计量$\widehat{R}$, 当$r\geqslant 125$时, 方差和均方误差达到几乎相等, 而对于估计量$\widetilde{R}$来说, 当$r=75$时, 两者就达到了相等.

3) 由L_1, L_2可看出, 当$r\leqslant 250$时, 在10000个具体渐近置信区间(2.9)和(2.10)包含真值的个数都不超过6000个, 包含真值的置信区间个数大约占总置信区间个数不超过60%, 和置信水平相差35%还多; 当$r>250$时在10000个精确置信区间(2.9)(2.10)包含真值的个数超过9600个, 包含真值的置信区间个数大约占总置信区间个数的96%以上.

4) 由图1到6发现, $r=50,100,300$时$\widetilde{R}$对应的直方图关于对称轴1.4167基本左右对称, 这说明$\widetilde{R}$非常接近正态分布的直方图. 再由它们对应的正态检验图发现, 数据点基本都落在一条直线上, 并且随着r的增加, 数据点越来越集中在一条直线上.

以上结果表明, 两平均寿命比率估计量$\widehat{R}$, $\widetilde{R}$都是R的渐近无偏估计量, 在大截尾数下, 它们的偏倚、方差和均方误差都非常的小, 用这两个估计量估计R, 偏差小、稳定且都具有渐近正态性; R的置信区间(2.9)和(2.10)估计R都非常有效, 改变参数的值, 经多次数值随机模拟发现, 当截尾数取样本容量的一半以上时, 置信区间(2.9)和(2.10)包含真值的个数都在95%左右. 在小截尾数下两比率估计量的偏倚也非常小, 但$\widetilde{R}$的偏倚比$\widehat{R}$更小, 表明两比率估计量在小截尾数下都较有效, 但$\widetilde{R}$比$\widehat{R}$更有效.

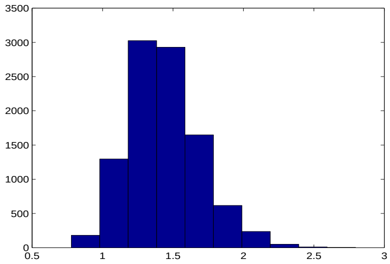

图1 截尾数$r=50$时$\widetilde{R}$的直方图

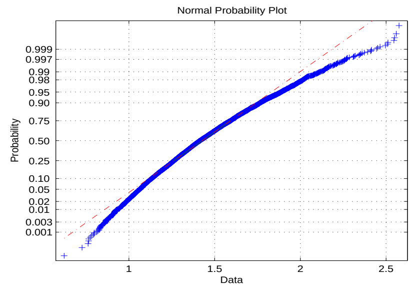

图2 截尾数$r=50$时$\widetilde{R}$的正态检验图

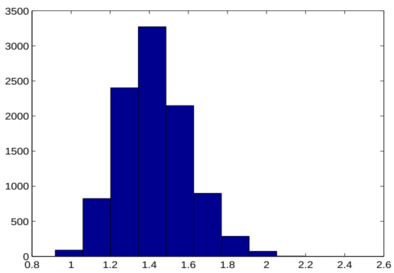

图3 截尾数$r=100$时$\widetilde{R}$的直方图

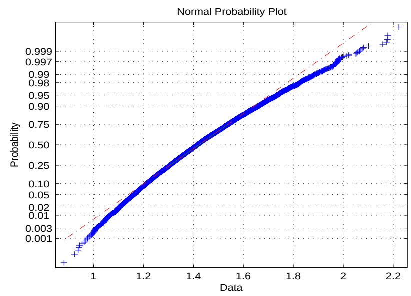

图4 截尾数$r=100$时$\widetilde{R}$的正态检验图

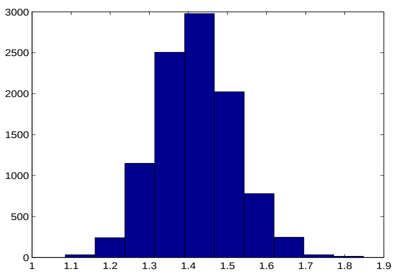

图5 截尾数$r=300$时$\widetilde{R}$的直方图

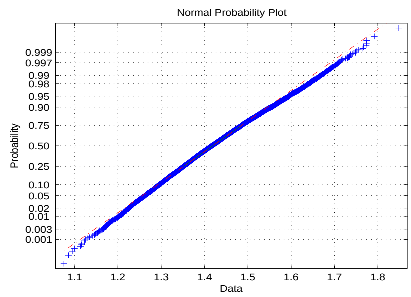

图6 截尾数$r=300$时$\widetilde{R}$的正态检验图

参 考 文 献

[1] Hutchison, M.C., A Monte Carlo comparision of some ratio estimation, *Biometrika*, **1(58)**(1971), 313–321.

[2] 梁小筠, 祝大平, 抽样调查的方法与原理, 华东师范大学出版社, 1994.

[3] Wang, L.C., Bayes estimator for the exponential distribution under censorship, *Chinese Journal of Engineering Mathematics*, **3(23)**(2006), 553–558.

[4] Kadilar, C. and Cingi, H., Ratio estimators in stratified random sampling, *Biometrical J.*, **45(2)** (2003), 218–225.

[5] Kadilar, C. and Cingi, H., A new ratio estimator in stratified random sampling, *Communications in Statistics – Theory and Methods*, **34**(2005), 597–602.

[6] 刘建平, 陈光慧, 通过对辅助变量的线性转化来改进比率估计, 统计研究, **7**(2006), 69–71.

Inference of Parameters Ratio in Two-Parameter Exponential Distribution

Li Jianbo

(*Department of Statistics, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong*)

Zhang Riquan

(*School of Finance and Statistics, East China Normal University, Shanghai, 200241*)

(*Department of Mathematics, Shanxi Datong University, Datong, 037009*)

Under the non-replacement fixed-number censored life time testing, two estimates of the ratio of two independently distributed two-parameter exponential distributions are proposed. The asymptotic normality and confidence intervals are established. Through simulation studies, the validation of proposed estimates is strengthened.

Keywords: Ratio, mean life time, two-parameter exponential distribution.

AMS Subject Classification: 62F12.