应用概率统计　第二十七卷
第四期　2011年8月

Chinese Journal of Applied Probability
and Statistics Vol.27 No.4 Aug. 2011

交叉货币百慕大式互换期权的定价

杜志阔
(北京交通大学理学院, 北京, 100044)

张迪新
(中国科学院数学与系统科学研究院, 北京, 100190)

摘　要

本文首先研究了涉及两种货币市场的Hull-White随机利率模型. 以此为基础, 本文给出了交叉货币百慕大式互换期权的定价公式. 由于无法得到显式定价公式, 我们使用了Least Squared Monte-Carlo (LSM)算法来确定期权的最优执行时刻. 最后本文给出了数值计算方面的结果.

关键词: 百慕大式互换期权, Hull-White随机利率模型, LSM算法.

学科分类号: O211.9.

§1.　引　　言

自20世纪90年代以来, 随着全世界范围内金融业的发展, 金融风险与日俱增, 尤其以利率风险和汇率风险最为突出. 目前, 它们已经成为各种金融市场参与者所面临的最严重的金融风险之一. 为了更加有效的管理和对冲这些风险, 市场上出现了大量以利率和汇率为标的物的金融衍生工具. 利率互换期权(Swaption)是其中交易量很大的一类产品.

*利率互换*是指交易双方通过协议, 同意以一定的名义本金(Notional Principal)为基础, 在一系列预先确定结算日交换不同计息方式所产生的利息. 而*互换期权*是一种以利率互换为标的物的期权合同. 它规定, 期权买方有权利(而无义务)在将来与期权卖方进行一项指定的利率互换. 为得到这个权利, 期权买方需付给卖方一笔期权费, 作为在未来可以行使互换合约的成本. 由于期权买方未来可以选择是否按照事先约定的条件进行互换, 互换期权为金融机构与企业进行资产管理提供了很大的灵活性. 按照买方执行期权的时点, 互换期权大致可分为以下三类:

- 欧式互换期权(European Swaption): 买方仅能在期权到期日决定是否履行利率互换合同;
- 美式互换期权(American Swaption): 买方可在期权到期日前的任一时点, 决定是否履行利率互换合同;
- 百慕大式互换期权(Bermudan Swaption): 系介于欧式与美式合约间的方式, 买方能在期权有效期内指定的一些离散时点, 决定是否履行利率互换合同.

截止2009年6月底, 全球利率互换期权的市值已达到了14140亿美元. 同时, 由于这类产品的结构比较复杂, 所以对于它们的定价一直是业界和学术界所关心的问题, 也已经产生

本文2010年7月7日收到.

了许多研究结果. Reiner (1992)首次给出了固定利率下的双币种欧式期权的精确定价公式. Flesaker (1996)研究了各种以利率为标的物的奇异期权的定价问题. Andersen (1998)基于多因子利率市场模型对百慕大式互换期权的定价进行了研究, 并给出了数值计算方面的结果.

本文利用Hull-White随机利率模型研究了涉及两种货币的百慕大式互换期权的定价问题. 为此, 我们首先将Hull-White模型推广到了两种货币市场的情形. 因为在国内市场和国外市场中存在各自的风险中性测度, 我们给出了两种不同测度间的测度变换公式. 进而在保证市场无套利的条件下, 得到了国内短期利率、国外短期利率和汇率在同一个测度下的随机微分方程. 由于对百慕大式期权一般无法得到显式定价公式, 我们使用了Least Squares Monte-Carlo (LSM)算法来确定期权的最优执行时刻, 最后给出数值计算方面的结果.

§2. 多货币债券市场

设$(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{F},\mathsf{P})$是一个完备的滤过空间, $\mathbb{F}=(\mathcal{F}_t,t\geq 0)$满足通常条件, P为客观概率测度. 设当前时刻为0, $\overline{T}$是未来的一个充分大的时刻, $0=T_0<T_1<\cdots<T_n\leq\overline{T}$是一列给定的未来的时刻. 为了记号方便, 不妨设它们是等时间间隔的, 即$\delta=T_{i+1}-T_i$. 本文中所出现的随机过程均为$(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{F},\mathsf{P})$上的连续半鞅.

2.1 零息票债券

在我们的模型中, 存在两种货币: 一种是国内货币, 不妨称为人民币; 另一种是外币, 不妨称为美元. 设X为人民币兑换美元的即期汇率. 也就是说, 在任意时刻$t\geq 0$, 1单位人民币等于$X(t)$单位美元. 显然, X是一个严格正的过程.

对任意$T\in[0,\overline{T}]$及$t\leq T$, 设$P_1(t,T)$为在T时到期的, 人民币零息票债券在t时的价格. 所谓零息票债券, 是指不支付利息的债券. 这种债券通常以低于其票面价值的价格发行, 到期一次性支付给债券持有者其票面价值. 为了方便起见, 不妨设市场上所有零息票债券的票面价值为1. 那么一个自然的要求是

$$0\leq P_1(t,T)<1\,(\text{人民币}),\qquad 0\leq t<T.$$

同时, 设$P_2(t,T)$为在T时到期的, 美元零息票债券在t时的价格, 它们也满足

$$0\leq P_2(t,T)<1\,(\text{美元}),\qquad 0\leq t<T.$$

与付息债券相比, 零息票债券结构更加简单. 而且, 通过零息票债券, 我们可以完全确定债券市场上利率的期限结构. 因此, 在我们的模型中, 我们把人民币和美元零息票债券作

为市场上的基础证券. 利用零息票债券, 我们可以定义市场上的LIBOR利率(或称简单利率).

定义 2.1 任意$0 \le t \le T \le \overline{T}$, 在人民币市场上, $[t,T]$间的LIBOR利率为

$$L_1(t,T) = \frac{1}{T-t}\Big(\frac{1}{P_1(t,T)} - 1\Big). \tag{2.1}$$

类似的, 我们定义美元市场上的LIBOR利率为

$$L_2(t,T) = \frac{1}{T-t}\Big(\frac{1}{P_2(t,T)} - 1\Big), \qquad t \le T.$$

除了零息票债券外, 我们模型中的基础证券还包括人民币和美元的银行账户过程, 分别记为B_1和B_2. 它们满足

$$\mathrm{d}B_1(t) = B_1(t)r_1(t)\mathrm{d}t, \qquad B_1(0) = 1\,(\text{人民币})$$

和

$$\mathrm{d}B_2(t) = B_2(t)r_2(t)\mathrm{d}t, \qquad B_2(0) = 1\,(\text{美元}),$$

其中, r_1和r_2分别为人民币和美元市场上的无风险瞬时短期利率(short rate). 以后, 我们将人民币和美元债券市场分别记为$(P_1(\cdot,T),B_1)$和$(P_2(\cdot,T),B_2)$.

2.2 多货币的Hull-White利率模型

我们的模型建立在以下假设的基础上:

(A1) 在人民币市场上, 选取B_1为计价单位时, 存在风险中性测度Q^1, 使得$(P_1(\cdot,T), B_1)$无套利, 即任意$T \in [0,\overline{T}]$, $P_1(\cdot,T)/B_1$均为Q^1下的局部鞅. 同时, 在Q^1下, r_1满足方程

$$\mathrm{d}r_1(t) = [\theta_1(t) - a_1 r_1(t)]\mathrm{d}t + \sigma_1 \mathrm{d}W^1(t), \tag{2.2}$$

其中, W^1是Q^1下的1-维布朗运动, $a_1, \sigma_1 \in \mathbb{R}^1_+$. θ_1的形式比较复杂, 如果令$f_1(0,T) = -\partial P_1(0,T)/\partial T$, 那么

$$\theta_1(t) = \frac{\partial f_1(0,t)}{\partial t} + a_1 f_1(0,t) + \frac{\sigma_1^2}{2a_1}(1 - e^{-2a_1 t}). \tag{2.3}$$

(A2) 在美元市场上, 选取B_2为计价单位时, 存在另一个风险中性测度Q^2, 使得$(P_2(\cdot,T), B_2)$无套利. 同时, 在Q^2下, r_2满足方程

$$\mathrm{d}r_2(t) = [\theta_2(t) - a_2 r_2(t)]\mathrm{d}t + \sigma_2 \mathrm{d}W^2(t), \tag{2.4}$$

其中, W^2是Q^2下的1-维布朗运动. $\langle W^1, W^2\rangle_t = \rho t$, $0 \le \rho \le 1$. $a_2, \sigma_2 \in \mathbb{R}^1_+$. $\theta_2(t)$的定义与$\theta_1(t)$相似, 只是将(2.3)式中人民币市场中的变量替换为美元市场中对应的变量.

(A3) 在Q^2下, X满足方程

$$\mathrm{d}X(t)=X(t)(\mu(t)\mathrm{d}t+\sigma\mathrm{d}W^2(t)),$$

$\mu:\Omega\times[0,\overline{T}]\to\mathbb{R}^1$是一个适应的随机过程, $\sigma\in\mathbb{R}^1_+$.

在(A1)和(A2)中, 我们选择了在实际中应用非常广泛的Hull-White随机利率模型来模拟人民币和美元短期利率. 在这个模型中, 许多常见的利率衍生产品都有显式的定价公式, 从而使得模型在更易于矫正和应用. 但是, 注意在涉及两种货币时, r_1和r_2处在不同的风险中性测度下. 为了保证债券市场$(P_1(\cdot,T),B_1;P_2(\cdot,T),B_2)$是无套利的, 我们需要利率和汇率之间满足一定的约束条件.

定理 2.1 在假设(A1)-(A3)下, 市场$(P_1(\cdot,T),B_1;P_2(\cdot,T),B_2)$是无套利的, 当且仅当

$$\mu(t)=r_2(t)-r_1(t).$$

证明: 首先, 我们考虑充分性. 如果我们选择美元作为统一的货币单位, 那么市场上基础证券变为$(P_1(\cdot,T)X,B_1X;P_2(\cdot,T),B_2)$. 根据市场无套利的定义, 我们需要证明在$\mathsf{Q}^2$下, $P_1(\cdot,T)X/B_2$, B_2X/B_2均为局部鞅. 首先, 在Q^2下有

$$\mathrm{d}\Big(\frac{B_1(t)X(t)}{B_2(t)}\Big)=\frac{B_1(t)X(t)}{B_2(t)}[(r_2(t)-r_2(t)+\mu(t))+\sigma\mathrm{d}W^2(t)],\tag{2.5}$$

所以当$\mu(t)=r_2(t)-r_1(t)$时, B_1X/B_2是Q^2下的鞅.

另一方面, 这意味着在美元市场上, 我们可以选择B_1X作为新的计价单位, 这等价于在人民币市场上选择B_1为计价单位. 注意到B_1所对应的风险中性测度为Q^1, 所以由Geman et al. (1995)中的计价单位变换公式得

$$\frac{\mathrm{d}\mathsf{Q}^1}{\mathrm{d}\mathsf{Q}^2}\Big|_{\mathcal{F}_t}=\frac{B_1(t)X(t)}{B_2(t)X(0)},\qquad 0\le t\le\overline{T}.\tag{2.6}$$

由于已知$P_1(\cdot,T)/B_1$是Q^1下的局部鞅, 那么根据Girsanov定理, $P_1(\cdot,T)X/B_2$是Q^2下的局部鞅.

必要性可以直接从(2.5)式得到. □

利用定理2.1, 我们可以在统一的风险中性测度下得到人民币和美元零息票债券的价格过程.

定理 2.2 假设(A1)-(A3)成立时, 在Q^1下, 人民币零息票债券的价格为

$$P_1(t,T)=A_1(t,T)e^{-B_1(t,T)r_1(t)},\qquad t\le T,\tag{2.7}$$

其中

$$B_1(t,T)=\frac{1-e^{-a_1(T-t)}}{a_1},$$
$$A_1(t,T)=\frac{P_1(0,T)}{P_1(0,t)}\exp\Big\{B_1(t,T)f_1(0,t)-\frac{\sigma_1^2}{4a_1}(1-e^{-2a_1t})B_1(t,T)^2\Big\}.$$

美元零息票债券的价格为

$$P_2(t,T)=A_2(t,T)e^{-B_2(t,T)r_2(t)},\qquad t\le T,\tag{2.8}$$

其中

$$\begin{aligned}B_2(t,T)&=\frac{1-e^{-a_2(T-t)}}{a_2},\\A_2(t,T)&=\frac{P_2(0,T)}{P_2(0,t)}\exp\Big\{B_2(t,T)f_2(0,t)-\frac{\sigma_2^2}{4a_2}(1-e^{-2a_2t})B_2(t,T)^2\\&\quad+\frac{\sigma\sigma_2}{a_2}[(T-t)-B_2(t,T)]\Big\}.\end{aligned}$$

证明: 利用Hull & White (1990)第二节中的结论, 我们可以直接得到在Q^1下人民币零息票债券的价格为(2.7)式. 下面我们考虑美元债券. 首先, 由(2.5)式, (2.6)式及Girsanov定理, 在本地风险中性测度Q^1下有

$$\mathrm{d}r_2(t)=[\widetilde{\theta}_2(t)-a_2(t)r_2(t)]\mathrm{d}t+\sigma_2(t)\mathrm{d}\widetilde{W}^2(t),$$

其中, $\widetilde{W}^2(t)=W^2(t)-\sigma t$, 是$\mathsf{Q}^1$下的1-维布朗运动. $\widetilde{\theta}_2(t)=\theta_2(t)+\sigma\sigma_2$. 这与经典的Hull-White模型的形式是相同的. 所以, 我们可以再次利用Hull & White (1990)第二节中的方法, 得到美元零息票债券的价格为(2.8)式. □

2.3 交叉货币百慕大式互换期权

下面我们来考虑一个同时涉及人民币和美元的百慕大式互换期权合同. 设期权买方持有人民币名义本金N_1, 期权卖方持有美元名义本金N_2, $0<T_1<\cdots<T_{n-1}$是一列预先确定的未来的执行日. 互换期权买方可以选择$\{T_1,\ldots,T_{n-1}\}$中的任意一个时刻T_i执行期权, 从而进行一个自T_i开始, 到T_n结束的利率互换. 如果期权在T_i时被执行, 那么首先, 交易双方在互换开始和结束时都要交换本金; 其次, 在接下来的每个T_j, $i+1\le j\le n$, 期权买方需支付的利息为$N_1\delta L_1(T_{j-1},T_j)$, 收到期权卖方支付的利息为$N_2\delta L_2(T_{j-1},T_j)$. 如果使用人民币为统一的货币, 那么买方在$T_i$时执行期权的收益为

$$\begin{aligned}&\Big[\frac{N_2}{X(T_i)}-N_1\Big]+\Big[\Big(N_1-\frac{N_2}{X(T_n)}\Big)e^{-\int_{T_i}^{T_n}r_1(s)\mathrm{d}s}\Big]\\&+\Big\{\frac{N_2[P_2(T_i,T_i)-P_2(T_i,T_n)]}{X(T_i)}-N_1[P_1(T_i,T_i)-P_1(T_i,T_n)]\Big\},\end{aligned}\tag{2.9}$$

其中, 第一项为互换开始时互换本金产生的收益; 第二项为互换结束时互换本金产生的收益, 所以要将其折现到T_i; 第三项是互换利息产生的收益.

直观地, 因为存在多个可能的执行日期, 所以期权买方在每一个执行日, 必须决定是执行期权还是继续等待. 这个决定依赖于以下两项的比较: 期权立即执行可以得到的回

报(即期执行价值)和在未来执行得到的回报(继续持有价值). 因此, 要计算期权的价值必须确定最优的执行策略, 而最优执行策略与继续持有期权价值的估计有关. 同一般的百慕大期权类似, 此期权一般无法得到显式的定价公式, 因此在下一节我们利用最小二乘蒙特卡洛(Least Square Monte-Carlo)模拟算法, 简称为LSM算法, 来确定最优执行时刻进而得到该期权的定价.

§3. 数值算法

3.1 LSM算法

在为百慕大式期权定价时, 我们需要在每个可以行权的时刻比较期权的即期执行价值和继续持有价值. 对期权买方而言, 执行期权的价值是是已知的, 即为(2.9)式. 但是继续持有期权的价值则是未知的. 对任意$t<s$, 我们用$C(\omega,s,t)$表示期权只在t之后执行, 而且总遵循t之后的最优策略执行时, 在s时刻所产生的收益. 那么由风险中性定价可知, 在T_i时继续持有一个百慕大式期权的价值为

$$F(\omega,T_i)=\mathsf{E}^{\mathsf{Q}^1}\Big[\sum_{j=i+1}^{n-1}\exp\Big\{-\int_{T_i}^{T_j}r_d(\omega,s)\mathrm{d}s\Big\}C(\omega,T_j,T_i)\Big|\mathcal{F}_{T_i}\Big].$$

为了确定继续持有期权的价值, 我们使用Langsdaff & Schwarz (2001)提出的LSM算法来估计这个条件期望. 为此, 我们首先以一个比较简单的百慕大式股票期权为例解释一下LSM算法.

考虑一个关于无红利股票的百慕大式看跌期权, 执行价格为1.10, 现在时刻为$t=0$, 期权可以在$t=1,2,3$时执行. 现在股票的价格为1.00, 无风险利率为6%. 表1中模拟了8条风险中性测度下的股票价格路径.

表1 股票价格路径

Path	$t=0$	$t=1$	$t=2$	$t=3$
1	1.00	1.09	1.08	1.34
2	1.00	1.16	1.26	1.54
3	1.00	1.22	1.07	1.03
4	1.00	0.93	0.97	0.92
5	1.00	1.11	1.56	1.52
6	1.00	0.76	0.77	0.90
7	1.00	0.92	0.84	1.01
8	1.00	0.88	1.22	1.34

首先, 考虑期权只在$t=3$时执行, 那么路径$3,4,6,7$将会带来正的收益, 分别为0.07、0.18、0.20、0.09.

接下来, 考虑期权可以在$t=2$和$t=3$两个时刻执行, 那么期权持有者需要在$t=2$时考虑执行期权还是继续持有. 如果执行期权, 会有5条路径带来正的收益, 我们需要估计在这些路径上继续持有期权的价值. 设X为$t=2$时的股票价格, Y为$t=3$时执行期权得到的收益折现到$t=2$时的数值, 如表2所示. 为了估计在$t=2$时继续持有期权的价值, 我们选择$1,X,X^2$为基函数, 用最小二乘法估计条件期望, 得到

$$\mathsf{E}[Y|X]=-1.070+2.983X-1.813X^2.$$

有了估计出的条件期望后, 我们就可以比较在$t=2$时执行期权还是继续持有期权更有利, 如表3所示. 可以看出, 在路径4, 6和7上, $t=2$时执行期权是更好的选择.

表2 $t=2$时的估计

Path	Y	X
1	0.00×0.942	1.08
2	-	-
3	0.07×0.942	1.07
4	0.18×0.942	0.97
5	-	-
6	0.20×0.942	0.77
7	0.09×0.942	0.84
8	-	-

表3 $t=2$时的决策

Path	执行	持有
1	0.02	0.0369
2	-	-
3	0.03	0.0461
4	0.13	0.1176
5	-	-
6	0.33	0.1520
7	0.26	0.1565
8	-	-

用同样的步骤, 我们可以继续考虑在$t=1$的策略, 从而得到各条路径的最优执行时刻.

表4列出了各条路径在最优执行策略下的收益. 我们把各条路径的收益折现到0时刻, 然后取平均可以得到这个百慕大式看跌期权的价格为0.1144.

表4 最优执行时刻

Path	$t=1$	$t=2$	$t=3$
1	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.07
4	0.17	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00
6	0.34	0.00	0.00
7	0.18	0.00	0.00
8	0.22	0.00	0.00

3.2 数值结果及分析

利用LSM算法, 我们可以按照以下步骤计算我们在2.3节中介绍的交叉货币百慕大式互换期权的价格:

1. 在$\mathbb{Q}^1$下产生M条r_1, r_2和X的路径;

2. 在每个执行日T_i, $i=1,\ldots,n-1$, 利用(2.7)式和(2.8)式计算出零息票债券的价格, 进而用(2.9)式确定在各时刻互换期权的执行价值;

3. 利用LSM算法, 从T_{n-1}开始, 向前逐步确定在各条路径上继续持有期权的价值和最优执行时刻;

4. 将期权在各条路径上产生的收益折现到当前时刻, 取平均后得到期权当前的价值.

注意, 在产生利率和汇率的路径时, 我们需要对零息票债券的价格求导以便确定θ_1和θ_2. 但是, 在市场中我们只能得到一些期限固定的债券的价格, 如表5和表6所示. 所以, 我们首先利用三次样条方法拟合表5和表6中的数据, 得到完整的$P_1(0,T)$和$P_2(0,T)$曲线.

表5 $t=0$时人民币零息票债券价格

1年	2年	3年	4年	5年	10年
0.984535	0.967418	0.891253	0.860518	0.823475	0.698052

表6 $t=0$时美元零息票债券价格

1年	2年	3年	4年	5年	6年
0.998024	0.992957	0.967856	0.934795	0.900951	0.86265
7年	8年	9年	10年	15年	20年
0.813976	0.772091	0.736929	0.700684	0.53385	0.415994

下面是我们的数值结果. 我们模拟了一个长度为4年, 每半年交换一次利息的互换期权. 表7–表9显示了不同参数取值时期权在$t=0$的价值, 单位为人民币, 我们主要考察了各种波动率和市场相关性对期权价格的影响. 其他参数的取值为: $r_1(0)=a_1=5.00\%$, $r_2(0)=a_2=3.00\%$, $X(0)=0.15$, $N_1=6500$, $N_2=1000$.

表7 $\sigma=\rho=0.20$

	$\sigma_1=0.20$	$\sigma_1=0.40$	$\sigma_1=0.60$	$\sigma_1=0.80$
$\sigma_2=0.20$	340.92	326.35	200.93	100.27
$\sigma_2=0.40$	437.21	411.75	288.55	183.82
$\sigma_2=0.60$	575.38	528.90	405.58	293.36
$\sigma_2=0.80$	689.41	648.93	520.25	415.41

表8 $\sigma_1=\sigma_2=\rho=0.20$

$\sigma=0.20$	$\sigma=0.40$	$\sigma=0.60$	$\sigma=0.80$
340.92	524.29	701.53	910.50

表9 $\sigma_1=\sigma_2=\sigma=0.20$

$\rho=-0.60$	$\rho=-0.40$	$\rho=-0.20$	$\rho=0.00$	$\rho=0.20$	$\rho=0.40$	$\rho=0.60$
370.73	359.00	352.30	347.4080	340.92	331.51	318.80

从以上数值结果中, 我们可以得到下面几个结论: 首先, 期权价值随人民币短期利率波动率的增大而减小, 随美元短期利率利率波动率的增大而增大. 这是在因为我们模拟的期权是支付人民币利息, 收到美元利息的. 其次, 期权价值随汇率波动率的增大而增大. 而且, 与利率波动相比, 汇率波动对期权价格的影响更加明显. 最后, 随着两种利率相关系数的增大, 期权价值是下降的. 这是因为当两个市场上利率的变化趋于一致时, 交换利息给期权买方带来的预期收益将是逐渐减小的.

致谢 本文是在我们的导师马志明院士的精心指导和大力支持下完成的, 在此我们对马老师表示衷心的感谢!

参 考 文 献

[1] Andersen, L., A Simple approach to the pricing of Bermudan swaption in the multi-factor libor market model, *Journal of Computational Finance*, **3**(1998), 5–32.

[2] Brigo, D. and Mercurio, F., *Interest Rate Models - Theory and Practice: With Smile, Inflation and Credit*, Springer-Verlag, Berlin Heidberg New York, 2006.

[3] Flesaker, B., Exotic interest rate options, *Exotic Options: The State of the Art*, L. Clewlow and C. Strickland, eds., Chapman and Hall, London, 1996, Ch.6.

[4] Geman, H., El Karoui, N. and Rochet, J.-C, Changes of numeraire, changes of probability measure and option pricing, *J. Appl. Prob.*, **32**(1995), 443–458.

[5] Hull, J. and White, A., Pricing interest rate derivative securities, *The Review of Financial Studies*, **3**(1990), 573–592.

[6] He, S.W., Wang, J.G. and Yan, J.A., *Semimartingale Theory and Stochastic Calculus*, Science Press, Beijing, 1992.

[7] Longstaff, A.F. and Schwartz, E.S., Valuing American option by simulation: a simple least-squares approach, *The Review of Financial Studies*, **14(1)**(2001), 113–147.

[8] Karatzas, I. and Shreve, S.E., *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Springer-Verlag, Berlin New York, 1988.

[9] Reiner, E., Quanto mechanics, *Risk*, **5(3)**(1992), 59–63.

Valuation of Cross-Currency Bermudan Swaption

Du Zhikuo

(*School of Science, Beijing Jiaotong University, Beijing, 100044*)

Zhang Dixin

(*Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100190*)

This paper extends Hull-White interest rate model to cover cross-currency case. In the extended model we discuss valuation of cross-currency Bermudan swaptions. Since the closed-form pricing formula is hard to obtain, we apply the Least Squared Monte-Carlo approach to find the optimal exercising time. Some numerical results with different parameters are presented.

Keywords: Bermudan swaption, Hull-White model, Least Square Monte-Carlo.

AMS Subject Classification: 91G30.