

多个独立同分布应力作用下的极值型—极值型 (I-III) 模式的结构可靠性估计

蒋承仪

(重庆建筑大学, 重庆, 400045)

摘 要

本文讨论了在多个独立同分布应力作用下的极值型-极值型(I-III)模式结构可靠性估计, 给出了分布参数及结构可靠度 $p_r = P(\max_{1 \leq i \leq k} \{S_i\} < R)$ 的矩估计. 极大似然估计及置信下限.

关键词: 结构可靠度, 极值分布, 应力参数, 强度参数.

学科分类号: 213.2.

§1. 引 言

在结构可靠性分析中, 应力-强度结构模型在几种常见的分布模式下的可靠性估计与设计问题已有一些文章作了探讨. 文[1]、[2]及[3]解决了在单个应力作用下的几种模式的可靠性估计, 如正态-正态、指数-正态、正态-极值 I型、极值 I型-极值 I型等模型. 文[4]探讨了多个独立同分布应力作用下的极值 I型-正态模式的结构可靠性估计问题. 本文将探讨在多个独立同分布应力作用下的极值型-极值型(包括I、II、III型)模式的应力-强度结构可靠性模型. 得到了在应力已知而强度参数不全或全部未知时可靠度 p_r 的矩估计. MLE 及置信下限.

§2. 极值 I型-极值 I型结构可靠度 p_r 的表达式

首先给出以下定义和引理.

定义 1 若随机变量 X, Y, Z 的分布函数分别为

$$F_I(x) = \exp\{-e^{-(x-\alpha)/\beta}\}, \quad -\infty < x < +\infty, (-\infty < \alpha < +\infty, \beta > 0). \quad (1)$$

$$F_{II}(y) = \begin{cases} e^{-(\mu/y)^m}, & y \geq 0, \\ 0, & y < 0. \end{cases} \quad (\mu > 0, m > 0) \quad (2)$$

$$F_{III}(z) = \begin{cases} \exp\{-\left(\frac{\omega-z}{\omega-\gamma}\right)^\rho\}, & -\infty < z \leq \omega, \\ 0, & z > \omega. \end{cases} \quad (\rho > 0, \gamma < \omega) \quad (3)$$

其中 $\alpha, \beta, \mu, m, \gamma, \rho$ 分别是三种分布中的参数, ω 为固定常数. 则称 X, Y, Z 是分别服从极值 I型-极值 II型-极值 III型分布的随机变量.

引理 1 设 $X \sim F_I(x), Y \sim F_{II}(y), Z \sim F_{III}(z)$, 则

$$(1) F_I(x) = F_{II}(y); \quad (2) F_{II}(y) = F_{III}(z); \quad (3) F_{III}(z) = F_I(x).$$

本文1996年6月7日收到, 1997年2月收到修改稿.

证明 (1) 令 $x = \ln y$ ($y > 0$), $\mu = e^\alpha$, $m = 1/\beta$, 则

$$F_{II}(y) = \exp\left\{\left(-\frac{\mu}{y}\right)^m\right\} = \exp\left\{-\left(\frac{e^\alpha}{e^x}\right)^{1/\beta}\right\} = \exp\left\{-e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}\right\} = F_I(x). \quad (4)$$

(2) 令 $y = \omega - z$, $\mu = \omega - \gamma$, $m = -\rho$, 则当 $y \geq 0$, 即 $\omega \geq y$ 时

$$F_{II}(y) = \exp\left\{\left(-\frac{\mu}{y}\right)^m\right\} = \exp\left\{-\left(\frac{\omega-\gamma}{\omega-z}\right)^{-\rho}\right\} = \exp\left\{\left(-\frac{\omega-z}{\omega-\gamma}\right)^\rho\right\} = F_{III}(z), \quad (z \leq \omega) \quad (5)$$

由定义, 当 $y < 0$ 时, $F_{II}(y) = 0$, 由 $y = \omega - z$, 即有 $z > \omega$ 时 $F_{III}(z) = 0$.

(3) 由 (1), (2), 结论 (3) 显然成立.

此引理表明, 对极值型-极值型分布的结构可靠性分析模型, 考虑其中任一型式的极值分布, 再经适当的变换则可分析其余类型的极值分布. 下面我们主要研讨极值 I 型-极值 I 型模式下的结构可靠性分析.

引理 2 若 $k+1$ 个随机变量 S_1, S_2, \dots, S_k, R 相互独立, 则

$$P(S_1 < R, S_2 < R, \dots, S_k < R) = P(\max_{1 \leq i \leq k} \{S_i\} < R). \quad (6)$$

此结论是显然的.

引理 3 设 S_1, \dots, S_k, R 相互独立且服从同一极值 I 型分布 $F_I(\alpha, \beta)$, 则最大值变量 $S = \max_{1 \leq i \leq k} \{S_i\}$ 服从极值 I 型分布 $F_I(\alpha + \beta \ln k, \beta)$ ($-\infty < \alpha < +\infty, \beta > 0$).

证明

$$\begin{aligned} P(S_{\max} < x) &= P(S_1 < x, S_2 < x, \dots, S_k < x) = \prod_{i=1}^k P(S_i < x) \\ &= k \exp\left\{-\frac{x-\alpha}{\beta}\right\} = \exp\left\{-\left(e^{\ln k} e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}\right)\right\} = \exp\left\{-e^{-\frac{x-(\alpha+\beta \ln k)}{\beta}}\right\}, \quad (7) \end{aligned}$$

对 k 个应力-抗力为极值 I 型-极值 I 型模式, 结构可靠度 p_r 有以下结果.

定理 1 设随机变量 S_1, S_2, \dots, S_k, R 相互独立, $S_i \sim F_I(x; \alpha_1, \beta_1)$ ($i = 1, \dots, k$), $R \sim F_I(y; \alpha_2, \beta_2)$. 又 $F_0(u) = e^{-e^{-u}}$ 为标准极值分布函数, 则

$$p_r = P(S_1 < R, S_2 < R, \dots, S_k < R) = E_{F_0} \left[\exp\left\{-e^{-\frac{\beta_2 U + \alpha_2 - (\alpha_1 + \beta_1 \ln k)}{\beta_1}}\right\} \right]. \quad (8)$$

其中 $E_{F_0}[g(U)]$ 为标准极值分布变量 U 的函数 $g(U)$ 的数学期望.

证明 记标准极值变量 U 的分布密度为

$$f_0(u; 0, 1) = e^{-u} \exp\{-e^{-u}\}. \quad (9)$$

由引理 2、引理 3 的结果, 我们有

$$\begin{aligned} p_r &= P(\max_{1 \leq i \leq k} \{S_i\} < R) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{S_{\max}}(x; \alpha_1 + \beta_1 \ln k, \beta_1) dF_R(x; \alpha_2, \beta_2) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-e^{-[x-(\alpha_1+\beta_1 \ln k)]/\beta_1}\right\} d \exp\left\{-e^{-(x-\alpha_2)/\beta_2}\right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-e^{-[\beta_2 u + \alpha_2 - (\alpha_1 + \beta_1 \ln k)]/\beta_1}\} \exp\{-e^{-u}\} \quad \text{令 } \frac{x - \alpha_2}{\beta_2} = u \\
 &= E_{F_0}\left[\exp\left\{-e^{-\frac{\beta_2 U + \alpha_2 - (\alpha_1 + \beta_1 \ln k)}{\beta_1}}\right\}\right].
 \end{aligned}$$

定理 2 设 S_1, \dots, S_k, R 相互独立, $S_i \sim F_{II}(y; \mu_i, m_i)$ ($i = 1, \dots, k$), $R \sim F_{II}(y; \mu_2, m_2)$, 则

$$p_r = E_{F_0}[\exp\{-e^{-[(m_1/m_2)U + \ln((\mu_2/\mu_1)^{m_1}/k)]}\}]. \quad (10)$$

证明 由引理 1 知 $F_I(x) = F_{II}(y)$, 而且 $\mu_i = e^{\alpha_i}$, $m_i = 1/\beta_i$ ($i = 1, 2$). 再由定理 1 的结果, 则易知 (10) 式成立.

定理 3 设 S_1, \dots, S_k, R 相互独立, $S_i \sim F_{III}(z; \gamma_i, \rho_i)$, $R \sim F_{III}(z; \gamma_2, \rho_2)$, 则 $\gamma_i \leq \omega$ ($i = 1, 2$) 时

$$p_r = E_{F_0}[\exp\{-e^{-[(\rho_1/\rho_2)U + \ln((\frac{\omega - \gamma_1}{\omega - \gamma_2})^{\rho_1}/k)]}\}]. \quad (11)$$

证明 由引理 1 知 $F_I(x) = F_{III}(z)$, 而且 $\omega - \gamma_i = e^{\alpha_i}$, $-\rho_i = 1/\beta_i$ ($i = 1, 2$). 则在 $\gamma_i < \omega$ ($i = 1, 2$) 时, 由定理 1 易验证 (11) 成立.

§3. 结构可靠度 p_r 的点估计

在极值 I 型-极值 I 型模型下, 我们讨论应力参数 α_1, β_1 已知而强度参数 α_2, β_2 一个未知或全部未知时, 可靠度 p_r 的点估计.

设强度 R 的 i, i, d 样本为 X_1, X_2, \dots, X_n , 记

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad S_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \quad S_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2.$$

于是有

定理 4 多个独立同分布应力作用下的极值 I 型-极值 I 型模式在参数 α_1, β_1 已知而参数 α_2, β_2 未知时, 结构可靠度 p_r 的点估计为:

(1) 矩估计

$$\hat{p}_r = E_{F_0}\left[\exp\left\{-e^{-\frac{s_{n-1}/c_2 \cdot U + \bar{X} - c_1/c_2 \cdot s_{n-1} - \alpha_1 - \beta_1 \ln k}{\beta_1}}\right\}\right], \quad (12)$$

其中 $C_1 = 0.57722$ 为欧拉常数; $C_2 = \pi/\sqrt{6} = 1.28255$.

(2) MLE

1. 当 β_2 已知而 α_2 未知数时

$$\hat{p}_r = E_{F_0}\left[\exp\left\{-e^{-\frac{\beta_2 U + \hat{\alpha}_2 - (\alpha_1 + \beta_1 \ln k)}{\beta_1}}\right\}\right], \quad (13)$$

其中 $\hat{\alpha}_2 = -\beta_2 \ln\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-X_i/\beta_1}\right)$.

2. 当 α_2 已知而 β_2 未知时

$$\hat{p}_r = E_{F_0}\left[\exp\left\{-e^{-\frac{\hat{\beta}_{2(m+1)} U + \alpha_2 - (\alpha_1 + \beta_1 \ln k)}{\beta_1}}\right\}\right], \quad (14)$$

其中 $\hat{\beta}_{2(m+1)}$ 是 β_2 的 MLE 通过 $m+1$ 次迭代得到的估计, 即

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_{2(m+1)} &= \bar{X} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i e^{-(X_i - \alpha_2)/\hat{\beta}_{2(m)}}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \\ \hat{\beta}_{2(0)} &= \frac{1}{C_1}(\bar{X} - \alpha_2).\end{aligned}\quad (15)$$

3. 当 α_2, β_2 均未知时

$$\tilde{p}_r = E_{F_0} \left\{ \exp \left\{ -c \frac{\hat{\beta}_{2(m+1)} U + \hat{\alpha}_2 - (\alpha_1 + \beta_1 \ln k)}{\beta_1} \right\} \right\}, \quad (16)$$

其中 $\hat{\alpha}_2 = -\hat{\beta}_2 \ln \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-X_i/\hat{\beta}_2} \right)$, 而 $\hat{\beta}_2$ 及 $\hat{\beta}_{2(m+1)}$ 由以下迭代式确定:

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_{2(m+1)} &= \bar{X} - \frac{\sum_{i=1}^n X_i e^{-(X_i/\hat{\beta}_2)}}{\sum_{i=1}^n e^{-X_i/\hat{\beta}_2}}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \\ \hat{\beta}_{2(0)} &= \frac{\sqrt{6}}{\pi} S_{n-1}.\end{aligned}\quad (17)$$

证明 (1) 由极值分布易求得 $E(R) = C_1 \beta_2 + \alpha_2$, $D(R) = (C_2 \beta_2)^2$. 由矩法, 令 $C_1 \beta_2 + \alpha_2 = \bar{X}$, $(C_2 \beta_2)^2 = S_{n-1}^2$ 得到 α_2, β_2 的点估计为

$$\hat{\alpha}_2 = \bar{X} - C_1 \hat{\beta}_2 = \bar{X} - \frac{C_1}{C_2} S_{n-1}, \quad \hat{\beta}_2 = S_{n-1}/C_2. \quad (18)$$

将(18)式代入(8)即得到可靠度 p_r 的矩估计式(12).

(2) 令

$$\begin{aligned}L(\alpha_2, \beta_2) &= \prod_{i=1}^n f(x_i; \alpha_2, \beta_2) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\beta_2} \exp \left\{ -\frac{x_i - \alpha_2}{\beta_2} \right\} \exp \left\{ -e^{-\frac{x_i - \alpha_2}{\beta_2}} \right\} \\ &= \frac{1}{\beta_2^n} \exp \left\{ -\sum_{i=1}^n \frac{x_i - \alpha_2}{\beta_2} \right\} \exp \left\{ -\sum_{i=1}^n e^{-\frac{x_i - \alpha_2}{\beta_2}} \right\},\end{aligned}$$

则

$$\ln L(\alpha_2, \beta_2) = -n \ln \beta_2 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \alpha_2}{\beta_2} + \exp \left\{ -\frac{x_i - \alpha_2}{\beta_2} \right\} \right).$$

解似然方程

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha_2} = -\sum_{i=1}^n \left(-\frac{1}{\beta_2} + \exp \left\{ -\left(\frac{x_i - \alpha_2}{\beta_2} \right) / \beta_2 \right\} \right) = 0, \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_2} = -\frac{n}{\beta_2} - \sum_{i=1}^n \left(-\frac{x_i - \alpha_2}{\beta_2^2} + \frac{x_i - \alpha_2}{\beta_2^2} \exp \left\{ -\frac{x_i - \alpha_2}{\beta_2} \right\} \right) = 0, \end{cases}$$

得以下结果:

1. 当 β_2 已知时, α_2 的 MLE 由(19)为

$$\hat{\alpha}_2 = -\beta_2 \ln \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-X_i/\beta_2} \right). \quad (21)$$

因此, 在 β_2 已知而 α_2 未知时, p_r 的 MLE 由 (8) 及 (21) 即可得式 (13)。

2. 当 α_2 已知时, β_2 的 MLE 可由 (20) 及 (19) 解出:

$$\hat{\beta}_2 = \bar{X} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i e^{-(X_i - \alpha_2)/\beta_2}. \quad (22)$$

对 (22) 式, 按以下迭代法求 $\hat{\beta}_2$ 估计

$$\hat{\beta}_{2(m+1)} = \bar{X} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i e^{-(X_i - \alpha_2)/\hat{\beta}_{2(m)}}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (23)$$

这里初值 $\hat{\beta}_{2(0)}$ 可取矩估计

$$\hat{\beta}_{2(0)} = \frac{1}{C_1} (\bar{X} - \alpha_2). \quad (24)$$

于是, 在 α_2 已知 β_2 未知时, p_r 的 MLE 由 (15) 给出。

3. 当 α_2, β_2 均未知时, 由 (21) 则有

$$\hat{\alpha}_2 = -\hat{\beta}_2 \ln\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-X_i/\hat{\beta}_2}\right), \quad (25)$$

其中 $\hat{\beta}_2$ 由 (21)。(22) 可表为

$$\hat{\beta}_2 = \bar{X} - \frac{\sum_{i=1}^n X_i e^{-X_i/\hat{\beta}_2}}{\sum_{i=1}^n e^{-X_i/\hat{\beta}_2}}, \quad (26)$$

而且 $\hat{\beta}_2$ 通过迭代解出, 即

$$\hat{\beta}_{2(m+1)} = \bar{X} - \frac{\sum_{i=1}^n X_i e^{-X_i/\hat{\beta}_{2(m)}}}{\sum_{i=1}^n e^{-X_i/\hat{\beta}_{2(m)}}}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (27)$$

初值取为

$$\hat{\beta}_{2(0)} = \frac{S_{n-1}}{C_2} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} S_{n-1}, \quad (28)$$

由 (25) ~ (28) 的结果即可得式 (16)。

按三种极值分布的关系及定理 4 关于极值 I 型的有关结果, 可类似研讨极值 II 型, III 型的可靠度 p_r 的点估计及 MLE , 本文不再赘述。

§ 4. 结构可靠度 p_r 的置信下限

对极值 I 型-极值 I 型这种多个应力作用下的结构可靠度模型, 在应力参数 α_1, β_1 已知而抗力参数 α_2, β_2 中一个或两个未知时, 可靠度 p_r 的置信下限的估计有以下研究结果。

定理 5 在多个独立同分布应力作用下的极值 I 型-极值 I 型结构可靠性模型中, 当

1. $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2$ 已知而 β_2 未知时, p_r 的置信水平为 $1 - \gamma$ ($0 < \gamma < 1$) 的近似置信下限为

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{rL} = & \int_{-\infty}^0 f_0(u) \exp\left\{-e^{-\frac{U_{\beta_2}u + \alpha_2 - \alpha_1 - \beta_1 \ln k}{\beta_1}}\right\} du \\ & + \int_0^{+\infty} f_0(u) \exp\left\{-e^{-\frac{L_{\beta_2}u + \alpha_2 - \alpha_1 - \beta_1 \ln k}{\beta_1}}\right\} du, \end{aligned} \quad (29)$$

其中 $f_0(u)$ 如定理 1 所示, L_{β_2} 及 U_{β_2} 是未知参数 β_2 的置信水平为 $1 - \gamma$ 的置信区间 $(L_{\beta_2}, U_{\beta_2})$ 的置信下限和置信上限.

2. $\alpha_1, \beta_1, \beta_2$ 已知而 α_2 未知

$$\tilde{p}_{rL} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_0(u) \exp\left\{-e^{-\frac{\beta_2 u + L_{\alpha_2} - \alpha_1 - \beta_1 \ln k}{\beta_1}}\right\} du, \quad (30)$$

其中 L_{α_2} 是未知参数 α_2 的置信水平为 $1 - \gamma$ 的置信下限.

证明 1. 由定理 1, 将 (8) 式写成

$$\begin{aligned} p_r = & \int_{-\infty}^0 f_0(u) \exp\left\{-e^{-\frac{\beta_2 u + \alpha_2 - \alpha_1 - \beta_1 \ln k}{\beta_1}}\right\} du \\ & + \int_0^{+\infty} f_0(u) \exp\left\{-e^{-\frac{\beta_2 u + \alpha_2 - \alpha_1 - \beta_1 \ln k}{\beta_1}}\right\} du. \end{aligned}$$

显然, 上式右边两项分别为 β_2 的递减和递增函数, 记为 $p_1(\beta_2), p_2(\beta_2)$. 令 $(L_{\beta_2}, U_{\beta_2})$ 为 β_2 的置信水平为 $1 - \gamma$ 的区间估计, 则由 $P(p_r > p_1(U_{\beta_2}) + p_2(L_{\beta_2})) \geq P(L_{\beta_2} \leq \beta_2 \leq U_{\beta_2}) = 1 - \gamma$, 可见 p_r 的置信水平是 $1 - \gamma$ 的近似置信下限为

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{rL} = p_1(U_{\beta_2}) + p_2(L_{\beta_2}) = & \int_{-\infty}^0 f_0(u) \exp\left\{-e^{-\frac{U_{\beta_2}u + \alpha_2 - \alpha_1 - \beta_1 \ln k}{\beta_1}}\right\} du \\ & + \int_0^{+\infty} f_0(u) \exp\left\{-e^{-\frac{L_{\beta_2}u + \alpha_2 - \alpha_1 - \beta_1 \ln k}{\beta_1}}\right\} du. \end{aligned}$$

2. 由定理 1 的 (8) 式, (30) 式是显然的.

当 α_2, β_2 均未知时, p_r 的区间估计的精确表达式在抗力及应力为一般分布情况下不易得到, 但有以下近似公式.

定理 6 在多个独立同分布应力作用下的极值 I 型-极值 I 型结构可靠性模型中, 若 α_1, β_1 已知而 α_2, β_2 未知, 则 p_r 的置信水平为 $1 - \gamma$ 的近似置信下限为

$$\tilde{p}_{rL} = E_{F_0}\left[\exp\left\{-e^{-\frac{u - C_1}{C_2} S_{n-1} - \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}} Z_{1-\gamma - \alpha_1 - \beta_1 \ln k} / \beta_1}\right\}\right], \quad (31)$$

其中, $z_{1-\gamma}$ 是 $N(0, 1)$ 分布的 $1 - \gamma$ 分位数.

证明: 由定理 4 已知 $E(R) = C_1 \beta_2 + \alpha_2$, $D(R) = (C_2 \beta_2)^2$. 由于 R 的样本均值 \bar{X} 及样本方差 S_{n-1}^2 分别是 $C_1 \beta_2 + \alpha_2$ 及 $(C_2 \beta_2)^2$ 的矩估计同时也是 MVUE, 而 S_{n-1} 是 $C_2 \beta_2$ 的矩估计, 从而是 $C_2 \beta_2$ 的强相合估计, 故对充分大的 n 可取 $S_{n-1} \approx C_2 \beta_2$.

因 \bar{X} 依分布收敛于 $N(C_1\beta_2 + \alpha_2, \frac{(C_2\beta_2)^2}{n})$, 而

$$\beta_2 u + \alpha_2 = \beta_2(u - C_1) + C_1\beta_2 + \alpha_2 = C_1\beta_2 + \alpha_2 + C_2\beta_2 \frac{u - C_1}{C_2},$$

$$E(\bar{X} + \frac{u - C_1}{C_2} S_{n-1}) = C_1\beta_2 + \alpha_2 + C_2\beta_2 \frac{u - C_1}{C_2} = \beta_2 u + \alpha_2.$$

在 n 充分大时, 近似地有

$$D(\bar{X} + \frac{u - C_1}{C_2} S_{n-1}) \approx D(\bar{X} + C_2\beta_2 \frac{u - C_1}{C_2}) = \frac{(C_2\beta_2)^2}{n}.$$

于是, 由 \bar{X} 的渐近正态性, 可知 $\bar{X} + \frac{u - C_1}{C_2} S_{n-1}$ 依分布收敛于 $N(\beta_2 u + \alpha_2, \frac{(C_2\beta_2)^2}{n})$, 亦收敛于 $N(\beta_2 u + \alpha_2, \frac{s_{n-1}^2}{n})$.

对给定的 $0 < \gamma < 1$ 及标准极值分布变量 U 之值 u , 近似地有

$$P[(\bar{X} + \frac{u - C_1}{C_2} S_{n-1} - (\beta_2 u + \alpha_2)) / \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}} < z_{1-\gamma}] = 1 - \gamma.$$

因此, $\beta_2 u + \alpha_2$ 的置信水平为 $1 - \gamma$ 的近似置信下限为

$$L = \bar{X} + \frac{u - C_1}{C_2} S_{n-1} - \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}} z_{1-\gamma}.$$

由 (8) 式, 即得证本定理结论 (31).

参 考 文 献

- [1] 郑道钦, 林忠民, 极值 I 型-正态模式的可靠概率的 MVUE, 福建师大数学系资料, 1985.
- [2] 孙祝岭, 指数-正态模式结构可靠性的 UMVUE, 数理统计与应用概率 10(1995), 83-86.
- [3] 程细玉, 分布族 $\frac{1}{\beta} f(\frac{x-\alpha}{\beta})$ 的结构可靠性的若干结果, 数理统计与应用概率, 8(1993), 34-38.
- [4] 郑道钦, 高鹏超, 多个独立同分布应力作用下的极值 I 型-正态模式结构可靠性估计与设计, 数理统计与应用概率, 4(1989), 467-477.
- [5] Woodward, W. A. and Kelley, G. D., Minimum variance unbiased estimator of $P(Y < X)$ in the normal case, Technometrics 19(1977), 95-98.

Structural Reliability Estimates of Extreme Value Type-Extreme Value Type (I-III Type) Model with Multiple Stresses of Independent Identically Distribution

JIANG CHENGYI

(Chong Qing Jianzhu University, Chong qing)

In this paper, author consider structural reliability analysis of extrem value type-extrem value type (I-III type) model with multiple stresses of independent identically distribution and give the estimations of distributive parameters and structural reliability $p_r = P(\max_{1 \leq i \leq k} \{S_i\} < R)$ by moment estimate, maximum likelihood estimate and lower confidence limit.