

稳定性参数选优设计的新探讨

—可控因子分类, 综合调节变量法

陈庆虎

(武汉水运工程学院, 武汉, 430063)

摘要

本文将试验的可控因子分类, 用两指标综合分析试验结果, 优先控制误差波动(由于噪声因子干扰所引起的), 然后调节系统偏倚, 从而达到稳定性参数选优设计的目的。本文用两个例子作模拟试验, 取得了理想的试验效果。

参数设计是三次设计的主要环节, 它的一个重要内容是如何高效率地利用正交表, 用较少的试验次数获得较理想的试验结果。我国统计工作者在这方面已取得了可喜的成果, 刘婉如、张里千两教授等在实践中总结了“小表多排试验, 分批走着瞧”的好经验。茆诗松教授等提出了“序贯淘汰水平法”这一有效新方法。针对可计算性项目具有解析表达式这一特点, 马逢时教授等系统研究了用“可调节变量法”进行参数设计。然而, 上述几种方法还值得进一步研究和探讨, 如序贯淘汰水平法用什么标准淘汰水平还可以研究; 用可调节变量法进行参数设计只适合于可计算项目, 对非可计算性项目如何调节? 是调一个变量还是调多个变量? 这些都是值得研究的课题。

稳定性参数设计的提法是: 设

$$y = f(\underline{X}, \underline{Z}) \quad (1)$$

$\underline{X} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ 为试验的可控因子, $\underline{h} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ 为试验的误差因子, y 为试验的特性值, 其目标值为 m 。试验的目的在于: 寻找最佳可控因子水平组合, 使特性值 y 与目标值 m 尽可能地接近且具有较小的波动性。

假如在某固定的可控因子水平组合下做了 n 次试验, 得结果 y_1, y_2, \dots, y_n , 记

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - m)^2 \quad (2)$$

或

$$V = \max_{1 \leq i \leq n} \{ |y_i - m| \} \quad (3)$$

人们能接受的一个标准是 V 越小越好。

显然, 在假定 y_1, \dots, y_n 相互独立的情况下, 对(2)式有:

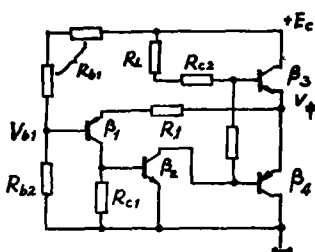
$$E(V) = (m-L)^2 + \sigma^2 \quad (4)$$

其中

$$L = E(y_i), \sigma^2 = D(y_i), i = 1, 2, \dots, n.$$

从(4)式可以发现: V 主要由两部分组成: 系统偏倚 $(m-L)^2$ 和误差波动 σ^2 . 参数设计即寻找使波动 σ^2 最小且 $L=m$ 的可控因子水平组合. 用 $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - m$ 作为 $L-m$ 的无偏估计, 用 $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - T - m)^2$ 作为 σ^2 的无偏估计, $V = T^2 + \frac{n-1}{n} \hat{\sigma}^2$.

我们将可控因子分为两类: 第一类对 $\hat{\sigma}^2$ 的影响较大, 第二类对 $\hat{\sigma}^2$ 的影响较小. 根据两类因子的划分, 我们可按如下方法选优: 第一步: 首先通过分析找出第一类因子, 固定第一类因子在使波动 $\hat{\sigma}^2$ 较小且 T 较靠近 0 的水平上. 然后找出系统偏倚的变化趋势, 调节第二类因子在使系统偏倚尽可能小(为 0)的水平上. 第二步: 对第一步得到的因子水平组合进行验证试验. 若试验结果没达到要求, 则以得到的各因子水平为中心值, 各因子再选取若干水平进行正交试验, 若试验结果已相当理想, 则试验终止. 第三步: 重复第一步、第二步, 直到得出理想的试验结果.



若试验结果已相当理想, 则试验终止. 第三步: 重复第一步、第二步, 直到得出理想的试验结果.

例 1, OTL 推挽电路的设计 (参见文 [1] (p 79—90) 及文 [2]).

系统设计如图. 由于元器件性能值的分散性, 温度环境等因素的变化, 都会引起工作点的漂移. 所以本例电路漂移设计的基本任务是提高“中点”处电压的稳定性, 即希望使该点电压偏离预定值 6 V 尽可能地小.

“中点”电压 V_m 与各因子间的关系为:

$$V_m = (V_{b1} + V_{be1}) \frac{\beta_2 R_0}{\beta_2 R_0 + R_f} + (E_c - V_{be3}) \frac{R_f}{\beta_2 R_0 + R_f} + \frac{V_{be2} R_f \beta_2 R_0}{(\beta_2 R_0 + R_f) R_{c1}}$$

其中

$$V_{b1} = E_c R_{b2} / (R_{b1} + R_{b2}), R_0 = R_{c2} + R_L, R_L = 9(\Omega)$$

$$E_c = 12(\Omega), V_{be1} = V_{be3} = 0.65(\text{V}), V_{be2} = 0.74(\text{V}).$$

于是, V_m 是 6 个参数 $R_{b1}, R_{b2}, R_f, R_{c2}, R_{c1}, \beta_2$ 的函数. 由于 V_m 只通过 R_{b2}/R_{b1} 与 R_{b2}, R_{b1} 发生联系, 实际上只有五个独立的因子. 文 [2] 给出符号: $G = R_{b2}/R_{b1}, C = R_f, D = R_{c2}, E = R_{c1}, F = \beta_2$. 选用这五个因子进行参数设计. 本文也选用这五个因子 G, C, D, E, F 进行设计. 它们既是可控因子又是误差因子

可控因子水平见表 1.1.

表 1.1 可控因子水平表

水 平	G	C	D	E	F
1	0.316	865.96	316.23	1467.8	102
2	0.464	1154.8	421.70	1695.0	143
3	0.681	1539.9	562.34	1957.3	200

误差因素水平表在表 1.2 中列出.

选用正交表 $L_{18}(3^7)$ 作为内表安排可控因子, 同样选 $L_{18}(3^7)$ 作为外表安排误差因子, 用直积法进行试验.

对应于内表的每号条件, 可得 18 个特性值 $V_{m1}, V_{m2}, \dots, V_{m18}$, 记

表 1.2 误差因子水平表

水 平	G, C, D, E	F
1	2 水平的 95%	2 水平的 50%
2	来自可控因子表	来自可控因子表
3	2 水平的 105%	2 水平的 150%

$$T = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{18} (V_{m_i} - 6), \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{17} \sum_{i=1}^{18} (V_{m_i} - 6 - T)^2,$$

$$V = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{18} (V_{m_i} - 6)^2.$$

显然,

$$V = T^2 + \frac{17}{18} \hat{\sigma}^2,$$

试验的目的在于: 找到最佳可控因子水平组合, 使 V 最小. 若能使 $T=0$ 且 $\hat{\sigma}^2$ 最小, 则必有 V 最小.

试验结果见表 1.3, 主效应分析及方差分析见表 1.4, 表 1.5. 表 1.5 中用 $\eta = -10 \log \hat{\sigma}^2$ 代替 $\hat{\sigma}^2$ 进行分析.

表 1.3 $L_{18}(3^7)$ 各号试验指标值

试验号	G	C	D	E	F	T	$\hat{\sigma}^2$	V
1	1	1	3	2	2	-1.9957	0.0107	3.9978
2	2	1	1	1	1	-0.9920	0.0202	0.8508
3	3	1	2	3	3	-0.0958	0.0157	0.0240
4	1	2	2	1	2	-1.7246	0.0150	2.9885
5	2	2	3	3	1	-0.9585	0.0170	0.9347
6	3	2	1	2	3	0.1275	0.0177	0.0330
7	1	3	1	3	1	-1.5014	0.0393	2.2913
8	2	3	2	2	3	-0.7420	0.0168	0.5664
9	3	3	3	1	2	0.40080	0.0190	0.1786
10	1	1	1	1	3	-1.9141	0.0119	3.6750
11	2	1	2	3	2	-1.1093	0.0145	1.2443
12	3	1	3	2	1	-0.0146	0.0167	0.0160
13	1	2	3	3	3	-1.9421	0.0107	3.7818
14	2	2	1	2	2	-0.8556	0.0196	0.7506
15	3	2	2	1	1	0.2555	0.0207	0.0848
16	1	3	2	2	1	-1.5044	0.0274	2.2892
17	2	3	3	1	3	-0.6714	0.0158	0.4658
18	3	3	1	3	2	0.2958	0.0235	0.1097

综合分析寻找最佳水平组合:

从表 1.4, 表 1.5 中可以看出, F, C, D 为第一类因子, 且 F, C, D 对 T 的影响较小, 所以我们选使 η 达到最大(使 $\hat{\sigma}^2$ 达到最小)的水平 F_3, C_1, D_3 . G, E 为第二类因子, 从表 1.3 可以看到这样的现象: T 大多数都是负值, 比较表 1.4、表 1.5 还可以发现: η 较大($\hat{\sigma}^2$ 较小)时, 往往 T 较小(负值). 为使 T 偏离目标 0 尽可能地小, 把 G, E 作为调节因子 选取 G_3, E_1 , 它们是使 T 达到最大值所对应的水平.

这样选取的水平组合为 $G_3C_1D_3E_1F_3$. 在这一水平组合下, $T = -3.66 \times 10^{-3}$, $\hat{\sigma}^2 =$

表 1.4 T 值主效应分析与方差分析表

因 子	水平 I 和	水平 II 和	水平 III 和	S	$S/ST(\%)$
G	-10.5823	-5.2488	0.9691	11.1413	95.29
C	-6.0415	-5.0979	-3.7227	0.4532	3.88
D	-4.7598	-4.9206	-5.1815	0.0151	0.13
E	-4.5659	-4.9348	-5.3112	0.0465	0.40
F	-4.6354	-4.9887	-5.2379	0.0305	0.26

注 S 为主效应平方和, ST 为总平方和。表 1.5, 2.6, 2.7 中也相同。

表 1.5 η 值主效应分析与方差分析表 ($\eta = -10 \log \hat{\sigma}$)

因 子	水平 I 和	水平 II 和	水平 III 和	S	$S/ST(\%)$
G	106.60	105.87	103.68	0.7681	2.35
C	110.12	107.11	98.92	11.2045	34.23
D	101.14	104.90	110.11	6.7741	20.70
E	106.50	105.44	104.22	0.4363	1.33
F	98.95	106.94	110.27	11.2785	34.46

0.0157, $V=0.0148$ 。从表 1.3 中直接看的好条件为 12 号条件, 这时 $V=0.0160$ 。显然, “算一算”比“直接看”优。

顺便指出, 文[2]用“序贯淘汰水平法”在因子空间 $5^5=3125$ 个点上求得的最佳值是 $V=0.0148$ 。本文作者曾作过 20 次观察: 在正交表 $L_{18}(3^7)$ 的 7 列中随机取出 5 列随机安排这 5 个可控因子的三水平试验, 综合分析得出的最佳水平组合完全一样。若用 V 作主效应分析, 全是“算一算”不如“直接看”。

例 2. 废热锅炉的设计。

对废热锅炉的设计, 文[1](p.96—101), 文[2]日文[3]都作了详细的研究。

废热锅炉的结构主要是在一圆柱形容器内, 按一定规格排列上很多管子, 管内走气, 管外是水, 以便干气与水的热量交换。显然, 炉体的粗细(以内径 D 表示)、管的粗细(以外径 d 表示)、管的长度(以 L 表示, 此亦反映了炉体的高度)取值不同, 对其热量交换的效果不同。至于管的根数(N)由 D 与 d 决定, 所以不为一独立可调因素。为了照顾炉体外形尺寸的比例, 把管子长与炉体内径之比(L/D)作为一个考虑参数。

以合成氨生产中的废热锅炉为研究对象, 进口气体温度 T_1 波动在 $(670 \pm 30^\circ)$ 之间, 气体流量(V)波动在 $(42000 \pm 2000)/21 \times (1 + T_1/273)$ 之间, 出口气体温度要求在 $(360 \pm 15)^\circ\text{C}$ 之间。

经数学推导, 可得出出口温度 T_2 的表达式如下:

$$T_2 = (T_1 - T_g) e^{-B} + T_g$$

$$\text{其中 } B = \frac{57.1 \times (L/D) \cdot D^3 \cdot \lambda_t}{V \cdot d^2 \cdot \rho_t \cdot c_{pm}} \cdot \left[1.53 \times 10^{-3} \cdot \frac{d_i \cdot \rho_t}{\mu_t} \cdot \frac{V}{D^2} \cdot \left(\frac{d}{d_i} \right) \right]^{0.8} \cdot \left[\frac{c_{pm} \cdot \mu_t}{\lambda_t} \right]^{0.4}$$

$T_g = 222.7$, $\lambda_t = 3.335 \times 10^{-5}$, ρ_t = 气体密度, μ_t = 气体粘度, d_i = 管子内径, c_{pm} = 气体比热, T_1 = 进口气体温度, V = 气体流量。 ρ_t , c_{pm} , μ_t 随 T_1 的变化而变化, d_i 随 d 的变化而变化, T_1 和 V 各取三水平(见表 2.1, 表 2.2, 表 2.3, 表 2.4)。

三个可控因子 d 、 D 、 L/D 安排在表 $L_9(3^4)$ 上, 二个噪声因子 T_1 与 V 安排在另外一张表

$L_9(3^4)$ (外表)上, 对应可控因子的每号条件, 外表上可得 9 个值 $T_{21}, T_{22}, \dots, T_{29}$, 令

$$T = \frac{1}{9} \sum_{s=1}^9 T_{2s} - 360, \quad \sigma = \max_{1 \leq s \leq 9} \{|T_{2s} - T - 360|\}, \quad \nabla = \max_{1 \leq s \leq 9} \{|T_{2s} - 360|\}.$$

设计要求为: 寻找使 ∇ 最小的可控因子水平组合(∇ 至少应小于 15°).

显然, $\nabla \leq |T| + \sigma$, 我们将 ∇ 分解成 T 及 σ , 然后综合分析, 只要能找到最佳水平组合使 $T=0$ 且 σ 最小, 则必有 ∇ 最小, 这时 $\nabla = \sigma = |T| + \sigma$.

试验结果见表 2.5, 主效应分析及方差分析见表 2.6, 表 2.7.

(一) 综合分析寻找最佳水平组合.

从表 2.6、表 2.7 可以看出, d 、 D 为第一类因子且它们对 T 的影响也较大, 为同时照顾 σ 及 T , 我们分别选 d 、 D 的水平为 d_3 、 D_2 . (L/D) 为第二类因子, 从表 2.5 可以发现: σ 越小时 T 越小(呈负值), 为使 T 尽可能靠近 0, 我们选取 (L/D) 这样选取的水平组合为 $d_3 D_2 (L/D)$, 在这一水平组合下, $T=0.21$, $\sigma=12.60$, $\nabla=12.80$. 经计算可知 $\nabla=12.80$ 是因子空间 $3^3=27$ 个点中的最佳值.

表 2.1 可控因子水平表

水 平	d	D	L/D
1	0.025	0.8	5
2	0.038	1.0	3
3	0.032	1.2	4

表 2.2 噪声因子水平表

水 平	T_1	V
1	640	$\frac{40000}{21} \times \left(1 + \frac{T_1}{273}\right)$
2	670	$\frac{42000}{21} \times \left(1 + \frac{T_1}{273}\right)$
3	700	$\frac{44000}{21} \times \left(1 + \frac{T_1}{273}\right)$

表 2.3 d_4 为 d 的函数

d	d_4
0.025	0.019
0.032	0.025
0.038	0.031

表 2.4 ρ_t , c_{pm} 及 μ_t 为 T_1 的函数

T_1	ρ_t	c_{pm}	μ_t
640	5.286	1.024	2.83×10^{-5}
670	5.185	1.029	2.89×10^{-5}
700	5.089	1.021	2.93×10^{-5}

表 2.5 $L_9(3^4)$ 各号试验指标值

编号	d	D	L/D	T	σ	V
1	1	1	3	-45.72	9.20	54.89
2	2	1	1	6.68	13.00	19.77
3	3	1	2	50.97	16.05	67.02
4	1	2	2	-49.28	8.92	58.17
5	2	2	3	-7.77	12.06	19.81
6	3	2	1	-74.97	6.77	89.71
7	1	3	1	-123.75	1.91	125.63
8	2	3	2	2.54	12.44	14.96
9	3	3	3	-78.85	6.43	85.25

表 2.6 T 值主效应分析及方差分析表

因子	水平 I 和	水平 II 和	水平 III 和	S	$S/ST(\%)$
d	-218.76	-3.63	-102.36	7729.31	34.15
D	11.93	-132.03	-205.15	8133.80	35.94
L/D	-192.04	-0.86	-132.35	6378.27	28.18

注 S 为主效应平方和, ST 为总平方和。

表 2.7 σ 值主效应分析及方差分析表

因子	水平 I 和	水平 II 和	水平 III 和	S	$S/ST(\%)$
d	20.04	37.59	29.26	51.38	35.34
D	38.34	27.76	20.79	52.06	35.78
L/D	21.78	37.41	27.70	41.18	28.51

将 d 、 D 、 (L/D) 随机地排在 $L_9(3^4)$ 的任意 3 列上, 共有 24 种不同的表头设计, 由于某些表头设计安排的试验相同, 故真正不同的表头设计为 12 种。用 12 种不同的表头安排试验, 分析得出的最佳水平组合完全一样。

(二) 用“序贯淘汰水平法进行第二轮试验。

淘汰水平原则: 1° 第一类因子淘汰使 σ 为最大值所对应的水平。2° 把其余的因子作为调节因子。根据 9 次试验及分析得出的信息进行淘汰水平。

d 、 D 为第一类因子。淘汰使 σ 为最大值所对应的水平 d_2 、 D_1 , 把 (L/D) 作为调节因子, 试验及分析得出的信息为: σ 越小, T 也越小(呈负值), (L/D) 应选取较大值水平, 淘汰最小值水平 $(L/D)_1$ 。

将 d_1 、 d_3 、 D_2 、 D_3 、 $(L/D)_2$ 、 $(L/D)_3$ 分别作为各因子的新的水平一, 水平二, 用正交表 $L_8(2^7)$ 安排第二轮试验, 第二轮试验出现最佳值 $V=12.80$ 。

用 12 种不同的表头安排第一轮试验, 被淘汰的各因子水平及第二轮的试验结果完全一样。

本文在导师周纪芾副教授、茆诗松教授的指导下完成, 在此对二位老师表示衷心感谢。

参 考 文 献

- [1] 中国现场统计研究会三次设计组, 可计算性项目的三次设计, 北京大学出版社, 1985.
- [2] 茆诗松, 马逢时, 参数优化设计的新探讨序贯淘汰水平法, 全国第二届概率统计会议论文.
- [3] 马逢时: 用可调节变量法进行参数设计方法. 第一屆中美统计会议论文集, 1987.
- [4] 田口玄一, 设计部门, 技术部门的线外质量管理通向质量工程学的道路, 上海第一机电局科技情报所译, 1984.
- [5] 茆诗松等, 回归分析及试验设计, 华东师范大学出版社, 1983.
- [6] 陈希孺, 近代回归分析, 安徽教育出版社1987.

A NEW EXPLORATION OF ROBUST DESIGN OF PARAMETER

CHEN QINGHU

(Wuhan University of Water Transportation Engineering)

Let
$$y = f(\underline{X}, \underline{Z}) \quad (1)$$

where \underline{X} are the controllable factors of experiment, \underline{Z} are the error factors. y , which has target value m , is the characteristic value of output. Assume that y_1, y_2, \dots, y_n are the output values of a combination of the controllable factors, and

$$V_e = \sum_{i=1}^n (y_i - m)^2 \quad (2)$$

where y_1, y_2, \dots, y_n are independently and identically distributed with $L = E(y_i)$, $\sigma^2 = D(y_i)$ ($i=1, 2, \dots, n$). Obviously,

$$E(V_e) = (m - L)^2 + \sigma^2 \quad (3)$$

From (3), we can see that the purpose of the design is to find out the best combination of controllable factors so that $|m - L|$ and σ^2 are minimum.

This paper divides controllable factors into two kinds. One has bigger effect upon σ^2 than the other. Upon experimental analysis, the first kind which is fixed upon the level of smaller σ^2 is considered at priority, the second kind which is considered as the factors of adjustment minimizes the systematic bias.

We give two instances of simulated experiments and get better results.