应用概率统计　第十九卷
第三期　2003 年 8 月

Chinese Journal of Applied Probability
and Statistics Vol. 19 No. 3 Aug. 2003

单非保守零流出时 Q 过程爆发后的存活时间分布 *

郭水霞　　杨向群
(湖南师范大学数学系，长沙， 410081)

摘　要

单非保守零流出时的 Q 过程是一类具有特殊性质的 Markov 过程. 它的非保守集 H 是单点集 $\{a\}$, 它的 Martin 流出边界 B_e 是空集 $\emptyset$. $a_0>0$, $R=+\infty$ 的生灭过程就是它的特例. 由于此类过程构造问题的彻底解决，本文在此基础上，研究了此类过程爆发后的存活时间分布、爆发就灭亡的概率等若干重要性质.

关 键 词: 单非保守，零流出，爆发，存活时间，分布，寿命.
学科分类号: O657.71.

§1. 引　　言

在对 Q 过程的研究中，研究爆发后的性质是非常有意义的. 杨向群教授在文献 [1] 中，解决了几类具有特殊性质的 Markov 过程的构造问题. 在文献 [3] 中，对有爆发的生灭过程，杨向群教授得到了生灭过程爆发后的存活时间分布、平均存活时间等许多性质. 作者在此基础上，在文献 [5] 中研究了单流出 B 型 Q 过程爆发后的期望停留与寿命. 本文对单非保守零流出 Q 过程进行了研究，得到了关于此类过程的若干重要性质.

设 E 为可数的集合. 给定密度矩阵 $Q=\{q_{ij}\}$, $i,j\in E$, 满足条件:

$$0\le q_{ij}<\infty\ \ (i\ne j),\qquad q_i\equiv -q_{ii}<\infty,\qquad d_i=q_i-\sum_{j\ne i}q_{ij}\ge 0. \tag{1}$$

满足右导数 $P'(0)=\{p'_{ij}(0)\}=Q$ 的任意一个标准广转移矩阵族 $P(t)=\{p_{ij}(t)\}$ $(t\ge 0)$, 或其 Lapalace 变换 $\Psi(\lambda)=\{\psi_{ij}(\lambda)\}$ $(\lambda>0)$, 都称为一个 Q 过程. 熟知，对满足 (1) 的 Q 存在 Feller 最小解 $f(t)=\{f_{ij}(t)\}$ $(t\ge 0)$, 其 Lapalace 变换为 $\Phi(\lambda)=\{\phi_{ij}(\lambda)\}$ $(\lambda>0)$.

今设 $X=\{x(t),t<\sigma\}$ 是定义在某个完备的概率空间 $(\Omega,\mathcal{F},\mathsf{P})$ 上的寿命为 σ 的齐次 Markov 过程，状态空间为 E 且具有离散拓扑. 若 X 的转移概率矩阵 $P(t)$ 是一个 Q 过程. 也称 X 是 Q 过程. 不影响转移概率 $P(t)$, 不妨设 X 是典范过程.

定义的 X 首次爆发时 τ:

$$\tau(\omega)=\begin{cases}\inf\Big(t:0<t<\sigma(\omega),\lim\limits_{s\uparrow t}x(s,\omega)=\infty\ \text{或}\ \lim\limits_{s\downarrow t}x(s,\omega)=\infty\Big),\\ \sigma,\ \text{如上集为空}.\end{cases} \tag{2}$$

显然 $\tau\le\sigma$, 且 $\tau=\infty$ 时有 $\sigma=\infty$. 用 $\delta_j(i)$ 表示 Kroneker 记号 δ_{ij}. 熟知,

$$\phi_{ij}(\lambda)=\int_0^\infty e^{-\lambda t}f_{ij}(t)\mathrm{d}t=\mathsf{E}_i\Big\{\int_0^\tau e^{-\lambda t}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t\Big\}, \tag{3}$$

$$\psi_{ij}(\lambda)=\int_0^\infty e^{-\lambda t}p_{ij}(t)\mathrm{d}t=\mathsf{E}_i\Big\{\int_0^\sigma e^{-\lambda t}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t\Big\}. \tag{4}$$

当对某 $i\in E$, $d_i=0$ 时，称 i 为保守的；否则，称 i 为非保守的. 称 $H=\{i:d_i>0\}$ 为非保守状态集. 依 [1, 第 6 章] 由 Q 可以决定其非保守状态集 H, Martin 流出边界 B_e 和 Martin 消极边界 B_p. 当 H 为单点集时，称 Q 单非保守的；当 B_e 为空集时，称 Q 为零流出的.

---

* 国家自然科学基金 (批准号： 10071019) 和湖南省自然科学基金 (OOJJY2003) 资助项目.
本文 2001 年 12 月 29 日收到， 2002 年 4 月 3 日收到修改稿.

§2. 几个引理

本文将直接采用 [1] 中的记号、术语和结论. 设 Q 单非保守零流出, 非保守状态集记为 $H=\{a\}$. 记 F_{τ}-为由 $X^{\tau}=\{x(t),t<\tau\}$ 产生的 σ 代数, F_{∞}^{0} 为由 $X=\{x(t),t<\sigma\}$ 产生的 σ 代数, θ_t 为推移算子.

记

$$\Gamma_{ij}=\lim_{\lambda\downarrow 0}\phi_{ij}(\lambda), \tag{5}$$

$$N_i=\sum_j\Gamma_{ij}, \tag{6}$$

$$Z(\lambda)=1-\lambda\phi(\lambda)1. \tag{7}$$

引理 1 若 Q 单非保守零流出, 则

$$Z_i(\lambda)=\phi_{ia}(\lambda)d_a=E_i\{e^{-\lambda\tau},x(\tau-0)=a\}, \tag{8}$$

$$\sum_{j\in E}\lambda\phi_{ij}(\lambda)\uparrow 1,\qquad \lambda\uparrow\infty, \tag{9}$$

$$X^0+Z=1. \tag{10}$$

其中 Z 是行协调族 $\{Z(\lambda),\lambda>0\}$ 的标准映象, 而 X^0 是方程 $\Pi u=u$, $0\le u\le 1$ 满足条件 $\lambda\phi(\lambda)u=u$ 的最大解.

证明: 由 [1] 定理 §1.10.5, 定理 §1.10.8 易得. #

引理 2 设 Q 单非保守零流出, $\Psi(\lambda)$ 是非最小的 Q 过程, 则 $\Psi(\lambda)$ 必有而且只有下列表现

$$\psi_{ij}(\lambda)=\phi_{ij}(\lambda)+Z_i(\lambda)F_j(\lambda), \tag{11}$$

其中

$$F_j(\lambda)=\frac{\sum\limits_k\alpha_k\phi_{kj}(\lambda)+\overline{\eta}_j(\lambda)}{m_\lambda}, \tag{12}$$

其中行协调解族 $\{\overline{\eta}(\lambda),\lambda>0\}$ 满足 $\overline{\eta}(\lambda)\in\mathcal{L}_\lambda^+$, 行矢量 $a\ge 0$, 满足

$$[a,1]+Y=\infty,\qquad \text{如果 } a\ne 0, \tag{13}$$

其中

$$Y_\lambda=\lambda[\overline{\eta}(\lambda),1]\uparrow Y,\qquad \lambda\uparrow\infty. \tag{14}$$

$$m_\lambda=C+[\alpha,Z-Z(\lambda)]+\lambda[\overline{\eta}(\lambda),Z], \tag{15}$$

或等价地

$$m_\lambda=C'+[\alpha,1-Z(\lambda)]+\lambda[\overline{\eta}(\lambda),1]. \tag{16}$$

其中常数 C 满足

$$C\ge[\alpha,X^0]+\overline{\sigma}^0, \tag{17}$$

或等价地 C' 满足

$$C'\ge 0. \tag{18}$$

这里

$$[\alpha,X^0]=\lambda[\alpha\phi(\lambda),X^0]<\infty,\qquad \text{与 }\lambda\text{ 无关},$$

$$\overline{\sigma}^0=\lambda[\overline{\eta}(\lambda),X^0]<\infty,\qquad \text{与 }\lambda\text{ 无关}.$$

证明：由 [1] 定理 §2.3.1 知 (12)(15) 显然成立. 记

$$C' = C - ([\alpha, X^0] + \overline{\sigma}^0). \tag{19}$$

则 $C \geq [\alpha, X^0] + \overline{\sigma}^0$ 等价于 $C' \geq 0$. 注意到 (10)(19) 由 (15) 知

$$\begin{aligned} m_\lambda &= C' + [\alpha, X^0] + \lambda[\overline{\eta}(\lambda), X^0] + [\alpha, Z - Z(\lambda)] + \lambda[\overline{\eta}(\lambda), Z] \\ &= C' + [\alpha, 1 - Z(\lambda)] + \lambda[\overline{\eta}(\lambda), 1]. \end{aligned}$$

此即 (16). #

引理 3 除去概率为 0 的集不计外，有

$$\Omega = \{\omega : x(\tau - 0) \in H\} \cup \{\omega : x(\tau - 0) \in B_e\} \cup \{\omega : x(\tau - 0) \in B_p\}, \tag{20}$$

$$\{\omega : \tau(\omega) < \infty\} = \{\omega : x(\tau - 0) \in H\} \cup \{\omega : x(\tau - 0) \in B_e\}, \tag{21}$$

$$\{\omega : \tau(\omega) = \infty\} = \{\omega : x(\tau - 0) \in B_p\}. \tag{22}$$

证明：由 [1] 定理 §6.12.5 、 §6.12.8 易得. #

引理 4 设 $\Lambda \in F_{\tau^-}$, $A \in F_\infty^0$, 则在 $x(\tau - 0) \in B_e \cup H$ 上，几乎处处有

$$\mathsf{P}_i\{\Lambda\theta_\tau A | x(\tau - 0)\} = \mathsf{P}_i\{\Lambda | x(\tau - 0)\} \cdot \mathsf{P}_i\{\theta_t A | x(\tau - 0)\}, \qquad i \in E.$$

特别地，如对 $a \in B_e \cup H$ 时有 $\mathsf{P}\{x(\tau - 0) = a\} > 0$, 则有

$$\mathsf{P}_i\{\Lambda\theta_\tau A | x(\tau - 0) = a\} = \mathsf{P}_i\{\Lambda | x(\tau - 0) = a\} \cdot \mathsf{P}_i\{\theta_t A | x(\tau - 0) = a\}, \qquad i \in E. \tag{23}$$

证明：由 [1] 定理 §6.17.1 的系易得. #

§3. 主要定理

在本节中恒假定 Q 单非保守零流出，即 $H = \{a\}$, $B_e = \emptyset$.

定理 1 Q 单非保守零流出， $\Psi(\lambda)$ 为非最小 Q 过程，则

$$E_i\Big\{\int_\tau^\sigma e^{-\lambda(t-\tau)}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t | x(\tau - 0) = a\Big\} = F_j(\lambda), \qquad \lambda > 0, \tag{24}$$

与 $i \in E$ 无关.

证明：由 (11)(3) 和 (4) 知

$$\begin{aligned} Z_i(\lambda)F_j(\lambda) &= \psi_{ij}(\lambda) - \phi_{ij}(\lambda) \\ &= \mathsf{E}_i\Big\{\int_0^\sigma e^{-\lambda t}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t\Big\} - \mathsf{E}_i\Big\{\int_0^\tau e^{-\lambda t}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t\Big\} \\ &= \mathsf{E}_i\Big\{\int_\tau^\sigma e^{-\lambda t}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t\Big\} \\ &= \mathsf{E}_i\Big\{e^{-\lambda\tau} \cdot \int_\tau^\sigma e^{-\lambda(t-\tau)}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t\Big\}. \end{aligned}$$

注意到 (20), 上式等于

$$\begin{aligned} &\mathsf{E}_i\Big\{e^{-\lambda\tau} \cdot \int_\tau^\sigma e^{-\lambda(t-\tau)}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t, x(\tau - 0) \in B_e\Big\} \\ &+ \mathsf{E}_i\Big\{e^{-\lambda\tau} \cdot \int_\tau^\sigma e^{-\lambda(t-\tau)}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t, x(\tau - 0) \in H\Big\} \\ &+ \mathsf{E}_i\Big\{e^{-\lambda\tau} \cdot \int_\tau^\sigma e^{-\lambda(t-\tau)}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t, x(\tau - 0) \in B_p\Big\}. \end{aligned}$$

由于 $B_e=\emptyset$, 故上式中第一项的值为零. 又由 (22) 知 $x(\tau-0)\in B_p$ 时 $\tau(\omega)=\infty$, 故上式中第三项的值也为零. 因而上式等于

$$\begin{aligned}&\mathsf{E}_i\Big\{e^{-\lambda\tau}\cdot\int_\tau^\sigma e^{-\lambda(t-\tau)}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t,x(\tau-0)=a\Big\}\\=\ &\mathsf{E}_i\Big\{e^{-\lambda\tau}\cdot\int_\tau^\sigma e^{-\lambda(t-\tau)}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t|x(\tau-0)=a\Big\}\cdot\mathsf{P}_i\{x(\tau-0)=a\}.\end{aligned}$$

应用引理 5, 上式等于

$$\begin{aligned}&\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda\tau}|x(\tau-0)=a\}\cdot\mathsf{E}_i\Big\{\int_\tau^\sigma e^{-\lambda(t-\tau)}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t|x(\tau-0)=a\Big\}\cdot\mathsf{P}_i\{x(\tau-0)=a\}\\=\ &\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda\tau},x(\tau-0)=a\}\cdot\mathsf{E}_i\Big\{\int_\tau^\sigma e^{-\lambda(t-\tau)}\delta_j(x(t))\mathrm{d}t|x(\tau-0)=a\Big\}.\end{aligned}$$

再注意 (8) 由于 $Z_i(\lambda)\neq 0$ 故可得 (28) 式. #

下面的定理是过程 X 从爆发时刻算起, 直至灭亡, 它在状态 j 停留的总时间的条件期望值.

定理 2 任意 $i,j\in E$, $\lambda>0$,

$$\mathsf{E}_i\{L_j([\tau,\sigma))|x(\tau-0)=a\}=\frac{\sum\limits_k\alpha_k\Gamma_{kj}+\overline{\eta}_j}{C},\tag{25}$$

其中

$$L_j([\tau,\sigma))=\int_\tau^\sigma\delta_j(x(t))\mathrm{d}t.\tag{26}$$

证明: 由 (12)(15) 和 (5) 有

$$F_j(\lambda)\uparrow\frac{\sum\limits_k\alpha_k\Gamma_{kj}+\overline{\eta}_j}{C},\qquad\lambda\downarrow 0.\tag{27}$$

其中 $\overline{\eta}_j$ 是 $\overline{\eta}_j(\lambda)$ 的标准映象. 在 (24) 左右两边同时令 $\lambda\downarrow 0$ 得

$$E_i\Big\{\int_\tau^\sigma\delta_j(x(t))\mathrm{d}t|x(\tau-0)=a\Big\}=\lim_{\lambda\downarrow 0}F_j(\lambda).\tag{28}$$

综合 (27)(28)(26) 即可得 (25) 式. #

下面的定理是过程 X 在爆发前夕处于非保守状态 a 的条件下, 从爆发时刻算起, 直至灭亡的总时间的条件期望值.

定理 3 对一切 $i\in E$,

$$\mathsf{E}_i\{\sigma-\tau|x(\tau-0)=a\}=\frac{\sum\limits_k(\alpha_kN_k+\overline{\eta}_k)}{C}.\tag{29}$$

证明: 对 (27) 两边分别对 $j\in E$ 求和得

$$\sum_{j\in E}\lim_{\lambda\downarrow 0}F_j(\lambda)=\frac{\sum\limits_k\alpha_k\cdot\sum\limits_j\Gamma_{kj}+\sum\limits_j\overline{\eta}_j}{C}=\frac{\sum\limits_k\alpha_k\cdot N_k+\sum\limits_k\overline{\eta}_k}{C}.\tag{30}$$

在 (24) 两边分别对 $j\in E$ 求和得

$$\mathsf{E}_i\Big\{\int_\tau^\sigma e^{-\lambda(t-\tau)}\mathrm{d}t|x(\tau-0)=a\Big\}=\sum_j F_j(\lambda).\tag{31}$$

在 (31) 中令 $\lambda\downarrow 0$, 注意 (30) 由单调收敛定理即有

$$\mathsf{E}_i\{\sigma-\tau|x(\tau-0)=a\}=\frac{\sum\limits_k\alpha_kN_k+\sum\limits_k\overline{\eta}_k}{C},$$

此即 (33). #

下面的定理是过程 X 在爆发前夕处于非保守状态 a 的条件下，它爆发就灭亡的条件概率.

定理 4 一切 $i\in E$,

$$\mathsf{P}_i\{\tau=\sigma|x(\tau-0)=a\}=\begin{cases}0, & 若\ \alpha\neq 0,\\ \dfrac{C'}{C'+[\alpha,1]+Y}, & 若\ \alpha=0.\end{cases}\tag{32}$$

证明: 在 (24) 两边同时乘以 λ, 两边再对 $j\in E$ 求和

$$\sum_{j\in E}\lambda F_j(\lambda)=\mathsf{E}_i\{1-e^{-\lambda(\sigma-\tau)}|x(\tau-0)=a\}=\mathsf{E}_i\{1-e^{-\lambda(\sigma-\tau)},\tau<\sigma|x(\tau-0)=a\}.\tag{33}$$

由 (12)(16) 及 (6)(7) 知

$$\begin{aligned}\sum_{j\in E}\lambda F_j(\lambda) &= \frac{\sum\limits_k\alpha_k\cdot\sum\limits_j\lambda\phi_{kj}(\lambda)+\sum\limits_j\lambda\overline{\eta}_j(\lambda)}{C'+[\alpha,1-Z(\lambda)]+\lambda[\overline{\eta}(\lambda),1]}\\ &= \frac{[\alpha,\lambda\phi(\lambda)1]+\lambda[\overline{\eta}(\lambda),1]}{C'+[\alpha,1-Z(\lambda)]+\lambda[\overline{\eta}(\lambda),1]}=\frac{[\alpha,\lambda\phi(\lambda)1]+\lambda[\overline{\eta}(\lambda),1]}{C'+[\alpha,\lambda\phi(\lambda)1]+\lambda[\overline{\eta}(\lambda),1]}.\end{aligned}\tag{34}$$

注意到 (9)(13) 和 (14) 有

$$\lim_{\lambda\uparrow\infty}\sum_j\lambda F_j(\lambda)=\frac{[\alpha,1]+Y}{C'+[\alpha,1]+Y}=\begin{cases}1, & 若\ \alpha\neq 0,\\ \dfrac{[\alpha,1]+Y}{C'+[\alpha,1]+Y}, & 若\ \alpha=0.\end{cases}\tag{35}$$

在 (33) 两边同时对 $\lambda\uparrow\infty$ 取极限，再注意 (35) 得

$$\mathsf{P}_i\{\tau<\sigma|x(\tau-0)=a\}=\lim_{\lambda\uparrow\infty}\sum_{j\in E}\lambda F_j(\lambda)=\begin{cases}1, & 若\ \alpha\neq 0,\\ \dfrac{[\alpha,1]+Y}{C'+[\alpha,1]+Y}, & 若\ \alpha=0.\end{cases}\tag{36}$$

而

$$\mathsf{P}_i\{\tau=\sigma|x(\tau-0)=a\}=1-\mathsf{P}_i\{\tau<\sigma|x(\tau-0)=a\}.$$

再注意 (36) 即可得 (32). #

下面的定理是过程 X 在爆发前夕处于非保守状态 a 的条件下，从爆发时刻算起，直至灭亡的总时间的条件分布 (Lapalace 变换形式).

引理 5 一切 $i\in E$,

$$\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda(\sigma-\tau)}|x(\tau-0)=a\}=\frac{C'}{C'+\lambda[\eta(\lambda),1]},\tag{37}$$

其中 $\eta(\lambda)=\alpha\phi(\lambda)+\overline{\eta}(\lambda)$.

证明:

$$\begin{aligned}&\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda(\sigma-\tau)}|x(\tau-0)=a\}\\ =\ &\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda(\sigma-\tau)},\tau<\sigma|x(\tau-0)=a\}+\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda(\sigma-\tau)},\tau=\sigma|x(\tau-0)=a\}\\ =\ &\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda(\sigma-\tau)},\tau<\sigma|x(\tau-0)=a\}+\mathsf{P}_i\{\tau=\sigma|x(\tau-0)=a\}\\ =\ &1-\mathsf{E}_i\{1-e^{-\lambda(\sigma-\tau)},\tau<\sigma|x(\tau-0)=a\}.\end{aligned}$$

由 (33) 有

$$\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda(\sigma-\tau)}|x(\tau-0)=a\}=1-\sum_{j\in E}\lambda F_j(\lambda).\tag{38}$$

又由 (34) 有

$$\begin{aligned}\sum_{j\in E}\lambda F_j(\lambda) &= \frac{[\alpha,\lambda\phi(\lambda)1]+\lambda[\overline{\eta}(\lambda),1]}{C'+[\alpha,\lambda\phi(\lambda)1]+\lambda[\overline{\eta}(\lambda),1]}\\ &= \frac{\lambda[\alpha\phi(\lambda),1]+\lambda[\overline{\eta}(\lambda),1]}{C'+\lambda[\alpha\phi(\lambda),1]+\lambda[\overline{\eta}(\lambda),1]}=\frac{\lambda[\eta(\lambda),1]}{C'+\lambda[\eta(\lambda),1]}.\end{aligned} \tag{39}$$

由 (38)(39) 即可证 (37). #

下面的定理是过程 X 的寿命的分布 (Lapalace 变换形式).

定理 6 一切 $i\in E$, $\lambda>0$,

$$\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda\sigma}\}=Z_i(\lambda)\cdot\frac{C'}{C'+\lambda[\eta(\lambda),1]}. \tag{40}$$

证明: 由 (20) 知

$$\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda\sigma}\}=\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda\sigma},x(\tau-0)\in B_e\}+\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda\sigma},x(\tau-0)\in B_p\}+\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda\sigma},x(\tau-0)\in H\}.$$

由 (22) 知当 $x(\tau-0)\in B_p$ 时有 $\tau(\omega)=\infty$, 故上式中第二项的值为零. 由于 $B_e=\emptyset$, 故上式中第一项的值为零. 再由 (23), 上式等于

$$\begin{aligned}\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda\sigma},x(\tau-0)=a\} &= \mathsf{E}_i\{e^{-\lambda\tau}\cdot e^{-\lambda(\sigma-\tau)},x(\tau-0)=a\}\\ &= \mathsf{E}_i\{e^{-\lambda\tau}\cdot e^{-\lambda(\sigma-\tau)}|x(\tau-0)=a\}\cdot\mathsf{P}_i\{x(\tau-0)=a\}\\ &= \mathsf{E}_i\{e^{-\lambda\tau},x(\tau-0)=a\}\cdot\mathsf{E}_i\{e^{-\lambda(\sigma-\tau)}|x(\tau-0)=a\}.\end{aligned}$$

注意 (8) 和 (37), 可得 (40) 式. #

参 考 文 献

[1] 杨向群, 可列马尔科夫过程构造论, 湖南科学技术出版社, 1986, 第二版.

[2] 王梓坤, 生灭过程与马尔科夫链, 科学出版社, 1980.

[3] 杨向群, 生灭过程爆发后的存活时间分布, 中国科学 A, **28(1)**(1998), 30–35.

[4] Kai lai chung, *Lecture from Markov Process to Brown Motion*, Inc. New York, 1982.

[5] 郭水霞, 单流出 B 型过程爆发后的期望停留与寿命, 湖南师范大学自然科学学报, **24(3)**(2001), 8–10.

The Distribution of Lifetime of Q Process in Single Non-conservation State and Zero Exit Case after Explosion

GUO SHUIXIA YANG XIANGQUN

(*Department of Mathematics, Hunan Normal University, Changsha, 410081*)

The Q process in single non-conservation state and zero exit case is a Q process with special qualities: its non-conservative set H is a single-point set a, its Martin exit boundary B_e is empty. For totally solution to the construction of such process, author studies the distribution of lifetime from explosion to the end of life, the probability of explosion which means the end of life, etc.